

# バイオメカニクス投球シミュレーション

2014年3月

横畑 亮輔



# バイオメカニクス投球シミュレーション

横畑 亮輔

## 概要

コンピュータの発展と共に、数値シミュレーションを用いたスポーツの理解が行われている。野球を対象としたものでは、投球動作の解析やボールの軌道シミュレーションなど様々な研究が行われている。

本研究では、形状や機械的特性に着目した手のモデリングを行い、投球する際のボールの軌道シミュレーションを行った。本システムを用いることで変化球の投球シミュレーションが可能となり、また個々で異なる手の特徴量がボールの軌道に与える影響が明らかにすることが出来る。リリース前の指の屈曲動作および指とボールの接触挙動のモデル化とリリース後の軌道シミュレーション部分の空気の流れ解析部分の構築について述べる。

まず、手のモデルに関しては、運動生成のために、ヒトの筋配置構造を模した各関節のトルク発生構造を考える。指の解剖学的な特徴である腱鞘部分に着目し、指の全関節の屈曲動作に関わる深指屈筋を手のモデルに導入した。腱鞘を滑車として捉えることで、各関節へのトルクの発生源を深指屈筋とする剛体リンクモデルを構築した。深指屈筋の力の大きさを変化させた際の、指の挙動の変化を確認することで、指の屈曲動作を再現することが出来たと考える。さらに、リリース時におけるボールの運動を考える必要がある。指とボールが相互作用を及ぼしながら運動を行うことを表現するために、指の接触モデルおよび接触動作モデルを導入し、Baumgarteの拘束安定化法を用いてボールと指の運動を記述した。ボールは指腹を沿って運動し、指先に到達した瞬間にリリースが行われるという仮定のもと、リリース時におけるボールの位置・速度・加速度を算出した。シミュレーション結果より、ボールと指が接触した状態を保ちながら、指先に向かって転がる運動を確認することが出来た。さらに、ボールと接触する指が一指と二指の場合のシミュレーション結果より、二指の方が速度および角速度が増加することを確認した。したがって、本モデルにより、多指を用いたリリースの際のボールの運動を定性的に表すことが出来た。

次に、リリース後のボールには、重力の他に空気中を移動することでボールに対して働く力である空気力の影響が存在するため、空気の流れ解析を行った。空気力は物体の形状や速度に応じて変化するため、ボールの縫い目位置に応じた空気力の算出が必要である。従って、有限要素法を用いてボール周りの空気の流れ解析を行い、速度場と圧力分布を算出した。有限要素法を用いることで、ボール表面の縫い目による細かく複雑な形状に適応した解析を可能とした。有限要素方程式の数値解をSUPG (Streamline Upwind Petrov Galerkin) / PSPG (Pressure Stabilizing Petrov Galerkin) 法により求めることによって、ボールの速度変化など、様々な状況変化に頑強である数値安定性の高い解析が行える。また、算出されたボール周りの圧力分布より、空気中を進行するボールに働く空気力を求めた。縫い目位置を変更した際に、ボールの形状に合った空気力が求められた。算出した空力係数と実験値により求めた空力係数の比率が0.8程度であり、構築したシステムが正しくボール周りの空気の流れを解析することが出来ていることを確認した。

## キーワード

スポーツ工学, 投球, 剛体リンクモデル, FEM, マルチボディダイナミクス, 空気力学

# Biomechanics Pitching Simulation

YOKOHATA Ryosuke

## Abstract

With the development of a computer, sports are understood with numerical simulation. In baseball, there are various studies such as analysis of pitching form and simulation of the trajectory of ball's moving.

In this research, the aim is the modeling of the hand focused on its shape and mechanical characteristic and simulation of the ball's trajectory in pitching. The author constructed the system to create a hand model with flexor digitorum profundus and behavior of the contact between fingers and the ball before the ball was released and to analyze airflow around the ball after the ball was released.

On the hand model, for generating movement, it is needed to consider the structure for generation of torque which refer to actual placement and function of muscle. Focusing on the sheath of a tendon, flexor digitorum profundus which enable finger to get flexion is innovated. Regarding the sheath of a tendon as a pulley, the author constructed rigid body link model having source of flexor digitorum profundus to produce torque. The author thought finger's bending was represented because the change of finger's movement was confirmed as the variation of tension of flexor digitorum profundus. Moreover, By introducing finger contact model and contact moving model to this system, release action considering interaction between finger and ball is represented, which is solved with baumgarte's constraint stabilization method. Owing to the result of simulation, with the contact between ball and finger, the rolling motion to fingertip was confirmed. Moreover, comparing the case of one finger and two fingers contact, velocity and angular velocity with two fingers are greater. Accordingly, the author concludes that this model can represent the qualitative motion of a ball when ball is released.

Since in addition to the effect of gravity, there is the effect of moving in air, which is called aerodynamic force, airflow analysis was carried out. The calculation of aerodynamic force corresponding to the position of ball's seam is needed, because aerodynamic force changes by the object shape and velocity. In this study, the system simulated the velocity field and the distribution of pressure calculated by the airflow analysis with FEM ( Finite Element Method) . Applying the methods of SUPG ( Streamline Upwind Petrov Galerkin) / PSPG ( Pressure Stabilizing Petrov Galerkin) to solve finite element equation, the system could carry out numerical analysis with high stability in the case of the change of velocity and conditions around the ball. Considering the distribution of pressure around the ball, aerodynamic force to the ball moving in air is calculated. The author regarded calculated aerodynamic coefficients as appropriate from the figure of the ball because the ration of calculated value and experiment value was about 0.8, and confirmed the airflow analysis around the ball of this constructed system was accurate.

## Keywords

Sports Engineering, Pitching, Rigid Body Link Model, FEM, Multi-Body Dynamics, Aerodynamics

# 目次

第1章	はじめに	1
第2章	投球解析手法	3
2.1	投擲運動	3
2.2	野球ボールの投球動作	7
2.3	投球シミュレーションに求められる構成	12
第3章	投球シミュレーションシステムの構築	13
3.1	システムの構成	13
3.2	提案システムの特徴	14
3.3	リリース前のボールの運動	15
3.4	リリース後のボールの運動	24
第4章	リリース・空力係数算出シミュレーション	34
4.1	実験概要	34
4.2	FDPによる屈曲動作	35
4.3	リリース時の速度・角速度の算出	38
4.4	空気の流れ解析	42
第5章	おわりに	47
	謝辞	48
	参考文献	49
	業績	51

# 目次

1.1	スポーツ工学	2
2.1	人体のモデリング	4
2.2	翼型周りの流れ	6
2.3	投球フォームの種類	7
2.4	変化球の握りと回転方向	8
2.5	空気力	8
2.6	ピッチングマシンのローラ	9
2.7	対称ジャイロボール	10
2.8	非対称ジャイロボール	10
2.9	投球動作の力学モデル	11
2.10	ジャイロボールの流れ解析	12
3.1	全体の処理の流れ	14
3.2	深指屈筋	16
3.3	各リンクの重心位置	17
3.4	末節骨におけるボールとの接触	19
3.5	各座標系の関係	19
3.6	指先モデル	20
3.7	接触モデル	21
3.8	指の接平面上におけるボールの滑り動作	23
3.9	解析領域	25
3.10	解析領域の分割	27
3.11	体積座標の定義	30
3.12	時間方向の離散化	31
3.13	ボールに加わる力	33
4.1	野球ボールの三次元モデル	34
4.2	プーリー構造の位置	35
4.3	ハイスピードカメラによる指の動作計測	36
4.4	$F_{FDP}=5.0\text{ N}$ とした場合	36
4.5	$F_{FDP}=10.0\text{ N}$ とした場合	37
4.6	指の接触位置	38
4.7	Simulation A-1 の結果	39
4.8	Simulation A-2 の結果	39
4.9	ボールの握り方	40
4.10	Simulation B-1 の結果	40

4.11 Simulation B-2 の結果 . . . . .	41
4.12 角速度・速度の変化 . . . . .	41
4.13 ボール周りの計算格子 . . . . .	42
4.14 ボールの回転角 . . . . .	43
4.15 Simulation C-1 . . . . .	44
4.16 Simulation C-2 . . . . .	44
4.17 空力係数 . . . . .	45
4.18 対称性の高い物体 (球) . . . . .	46

# 表 目 次

2.1	動作解析手法	4
2.2	流体解析手法	5
3.1	各指関節における変数	16
4.1	PC の仕様	34
4.2	指の力学的パラメータ	35
4.3	一指によるリリース時の位置・速度・角速度	39
4.4	二指によるリリース時の位置・速度・角速度	41
4.5	ボール周りの領域分割	42
4.6	Simulation C-1, C-2 における初期値設定	43

# 第1章 はじめに

人は古来より様々な動作を駆使することで日常生活を送ってきた。人の動作は、歩く・走るといった動作から、物体を掴み、叩く・投げるといった動作まで多岐にわたる。人は「速く走る」ことを望めば、上級者の走法を模倣し、長年積み重ねられた経験および自身の感覚に基いて運動機能の理解を進めてきた。それに加えて、物体の操作を行う場合には、物体がヒトの動作から受ける影響を考慮する必要がある。例えば、ヒトの動作が大きく影響する操作として、物体の投擲運動が挙げられる。所望する軌道を得るためには、最適な投球フォームだけでなく、投擲対象の握り方を理解しておくことが重要であるからである。しかし、従来のような経験や感覚に委ねるだけでは、その動作が非効率であったり、身体への負荷が大きく怪我の原因になるなどの問題があった。したがって、運動機能の最適性の追求のために、様々な科学的・工学的な分野の知見を基にした理解が望まれている [1][2]。

ヒトの動作理解のための解析方法には、順動力学解析と逆動力学解析がある。順動力学解析とは、ある系に対して外力が加えられたときの運動を求める手法であり、逆動力学解析とは、運動から系に加えられた外力を算出する手法である。ロボットハンドを例に考えると、各関節にトルクを与えた際の各リンクの運動を考えることが順動力学解析であり、各リンクの運動から各関節に加えられたトルクを算出するものが逆動力学解析である。両動作解析に関する多岐にわたる研究が、数値シミュレーションを用いて行われてきた [3][4]。数値シミュレーションとは、対象とする事象のモデルを構築し、その性質を数値計算にもとづいて解析する手法であり、コンピュータ上で結果を予測することが出来る利点がある [5]。ヒトの動作理解のためには、両面からアプローチを行い、その結果を統合し、考察していく必要がある。

様々な分野において動作解析に関する研究が行われてきたが、特に動作解析が求められる分野としてスポーツがある。Fig. 1.1に示すように、スポーツ分野における動作解析には、競技に用いる道具の挙動や選手の動作や選手に対する外部からの影響を対象としたものがある。適用例として、ゴルフや野球が挙げられる。動作解析では、着目する選手の運動をモデル化し、入力を与えた際の選手の状態および挙動を観察する。この場合、入力を各関節トルクとした際、運動を解析する方法や、運動から各関節に発生したトルクを推定する方法がある。ゴルフに関しては、ゴルフスイングの動力学モデルを作成し、スイングによるゴルフクラブへの影響を定量的に評価することで、ゴルフクラブの設計に活かしている [6]。野球では、投球動作中の関節トルクの変遷状態を推定することで、効率的に手先速度の高速化を行うメカニズムの解明が行われている [7]。

選手自身の動作解析の他に、ゴルフボールや野球ボールの挙動解析も行われている。ゴルフボールは飛距離を伸ばすために、表面が凹凸になっている。気象状況やボールの打ち出し角度や速度など、様々な条件下でのゴルフボールに対する空気の影響を解析することによって、実際の開発・製造に活かされている。ゴルフでは選手のフォームもボールの軌道に大きく影響を与えるため、選手の投球動作を含めた軌道のシミュレーションに関する研究も行われている。野球においても数値シミュレーションによってボールの軌道を解析することが行われている。また、野球ボールには縫い目が存在しているために、投球された際に、縫い目の位置に応じて空気の流れが変化し、野球ボールの軌道に大きな影響を与えている。数値シミュレーションによって、変化球が曲がる要因や回転方向が軌道にもたらす影響などの投球メカニズムの解明が行われている。

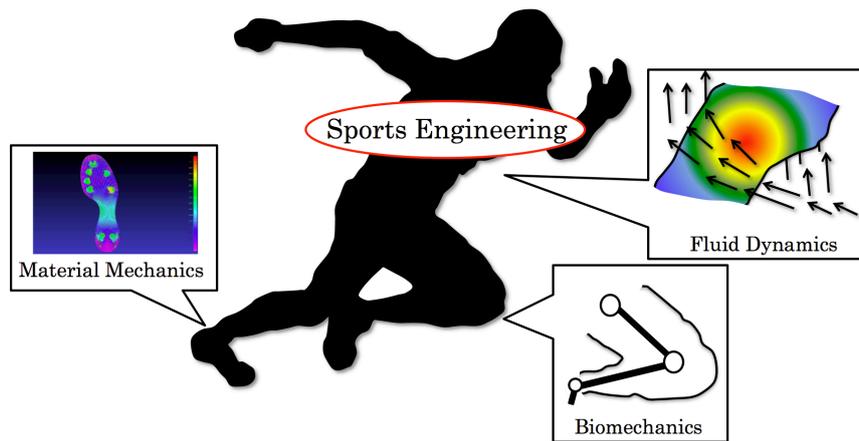


Fig. 1.1: スポーツ工学

投球時におけるボールの軌道シミュレーションは、リリース前の投球動作の解析とリリース後のボールの軌道シミュレーションの二つの部分に分けることが出来る。一つ目の投球動作の解析に関する研究として、選手の投球動作を計測し、各関節に働くトルクを算出することにより、選手に対して最適なフォームの提示が行われている [8]。最適なフォームとしては、投球する際に肘や肩への負担を減らし、怪我の抑制を目的としたものや、球速の向上を目的としたものなど様々なものが挙げられる [9]。また、二つ目のリリース後のボールの軌道を予測するシミュレーションでは、ボールがミットに到達するまでの、ボール周りの気流の変動に基いた軌道予測が行われている。姫野らは高精度の数値シミュレーションを実現し、リリース後におけるボールの軌道シミュレーションを行なっている [10]。しかし投球においては、ボールの握り方やボールの滑りやすさによって、様々な変化球を投げることが可能となるため、手の形状や筋力、表面の摩擦などの機械的な特性を考慮した軌道シミュレーションを行うことは重要であるが、従来研究では考慮されておらず、選手に対応した投球シミュレーションを行う上で不十分である。本研究では、様々な手の特徴量を考慮した手のモデリングを行い、投球時におけるボールの軌道シミュレーションを実現するシステムの構築を行う。指先の機械的な特性の違いを考慮したシミュレーションを行うことで、より正確なシミュレーション結果が得られ、投球メカニズムの解明に繋がると考えられる。

本論文では、提案する投球シミュレーションにおける、手のモデルへの指の屈曲動作に寄与する深指屈筋の導入およびリリースモデルの提案、空気の流れ解析部分について述べる。第2章でシステムを構築する上で必要となる要素技術や知識、また、投球シミュレーションにおける手の重要性について述べる。第3章では、システムの全体像と構築する手のモデル・リリースモデルの部分、流れ解析部分について詳細に説明する。第4章では、実装したシミュレーション結果と考察を述べる。第5章で全体のまとめを述べる。

## 第2章 投球解析手法

本章では、投球解析手法について述べる。物体を投げる動作を解析する際に必要となる要素技術や知識について解説し、その後野球における投球動作に焦点を当てた場合について述べる。まず、ボールの軌道に影響を与える要因について示す。次に、従来行われてきた軌道解析の手法を示し、投球に関する研究として近年行われている投球動作を考慮した軌道の数値シミュレーションについて述べる。

### 2.1 投擲運動

物体を投げるという投擲運動の中では、「ヒトが動作し、物体に対して力を加える」ことや「物体に対して空気から力が加わる」など様々な要因によって、物体の軌道は決定されている。したがって、投擲運動による物体の軌道を求める際には様々な分野の要素技術や知識を統合していく必要がある。本節では、軌道を求める上で考慮すべき要素について説明する。

#### 2.1.1 ヒトの動作解析

古典力学の最も基本的な概念として慣性の法則がある。慣性の法則とは「すべての物体は、外部から力を加えられない限り、静止している物体は静止状態を続け、運動している物体は等速直線運動を続ける」というものであり、ニュートンによって提唱された [11]。物体は外部より力が加わることによって初めて加速度、つまり等速直線運動または静止状態から脱却することが出来る。したがって、投擲運動を考える際に、人体をモデル化し、ヒトの動作が物体に対して与える力や結果として軌道に与える影響を解析することは重要である。

投擲運動に関わらず、幅広い分野や目的で、人体のモデル化に関する研究が行われてきた。人体は非常に多くの骨や筋肉からなる複雑な構造をしているため、人体のモデル化は非常に難しい問題である [12]。したがって、人体の一部分や一部の機能に特化した研究も広く行われてきた。代表的な解析手法としては、Table 2.1に示すバネ質点モデルや有限要素法を用いたものがある。特に投擲運動を考える際、手は物体と直接接触している部分であるために、手から受ける力を解析することは物体の軌道を算出する上で非常に重要である。しかし、Fig. 2.1に示すような、弾性力を仮想的なバネで表した皮膚のモデル化 [13] や、解剖学的な骨格と筋肉の構造から表現された指先の屈曲動作のモデル化 [14][15] など一部に特化した研究は行われてきたが、骨格筋運動・皮膚・物体と表面間の作用を統合した手のモデルは提案されていないのが現状である。



## 2.1.2 空力解析

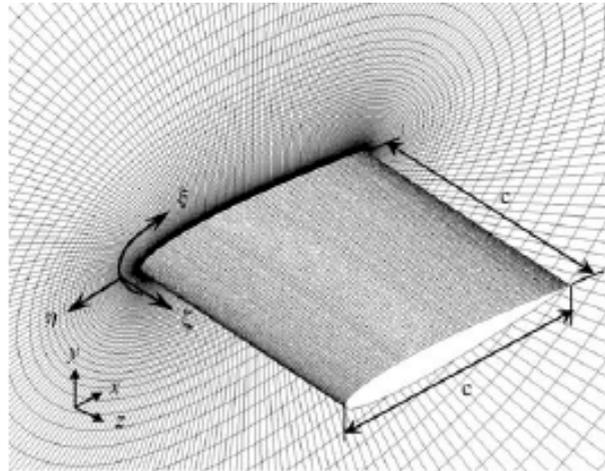
流体の運動を記述するものとしてナビエ・ストークス方程式および連続の式がある。ナビエ・ストークス方程式は流体要素の運動量保存則、連続の式は質量保存則から導出され、本来計測が困難である流体運動の可視化が可能となる。物体の周りや物体内部の流体の運動の可視化によって、物体が流体から受ける作用を得ることができ、物体の挙動を知ることが出来る。投擲運動に目を向けると、物体が手から離れた場合、物体は水平方向に等速直線運動かつ鉛直方向に自由落下するような単純な運動ではなく、複雑な軌道を描くことが知られている。空気中を移動する物体には、形状や物体自身の運動など様々な要因によって空気力が働くためである。空気力とは鉛直方向に働く揚力、水平方向に働く横力、進行方向の反対方向に働く抗力の総称であり、物体周りに空気の流れが存在することによって発生する。したがって、空気中を移動する物体の挙動を解析するには、空気（流体）と物体の関係を考える必要がある。

物体に対する空気の影響を解析し、応用している最も身近な例として飛行機が挙げられる。飛行機の空力特性に関する研究は古くから行われてきており、飛行機の発達に大きく寄与してきた。Fig. 2.2(a)に示すように、翼型または機体全体の周囲に計算格子を形成し、数値シミュレーションを行う。シミュレーション結果より、Fig. 2.2(b)に示すような機体周りの空気の流れや圧力分布など、空気中を進行する際に機体を受ける空気からの影響を知ることが出来る [16]。飛行機が空気から受ける影響を設計段階で解析することによって、機体の安定や上昇する際に必要な揚力の発生など最適な設計を施すことが出来る。

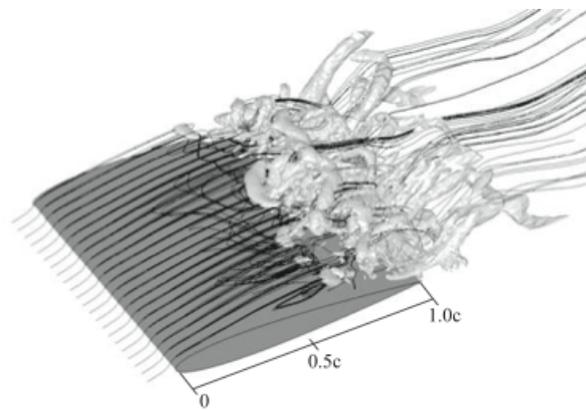
空気から受ける影響を解析する代表的な手法として、差分法と有限要素法の二つが挙げられる。Table 2.2に示すように、それぞれ長所・短所があり、求められる精度や解析対象の形状に合わせて手法を選択する必要がある。しかし、差分法・有限要素法共に万能な解析手法とは言えない。解析対象によっては、数値不安定性が発生する問題があり、計算量が増えるが、精度や安定性を向上する手法を導入する必要がある場合がある。

Table 2.2: 流体解析手法

	長所	短所
差分法	比較的単純であり、実装が簡便である	複雑な形状のものには適応出来ない
有限要素法	空間表現に柔軟性があり、複雑な形状に適応出来る	計算量が膨大なため、計算に長時間が必要である



(a)



(b)

Fig. 2.2: 翼型周りの流れ [16] : (a) 計算格子, (b) 空気の流れ

## 2.2 野球ボールの投球動作

前節で述べたように、投擲運動を考える際には、様々な知識や要素技術が必要である。投擲運動の中でも野球の投球動作によるボールの軌道に焦点を当てる。野球ボールは、表面に縫い目による細かく複雑な形状があるため、高い精度の流体解析が必要である。また、初期値の微小な変化が大きく軌道に影響を与えると考えられる。本節では、ボールの軌道に影響する要因を列挙し、関連研究について述べる。

### 2.2.1 ボールの軌道に影響する要因

ボールの軌道に影響を及ぼす要因には投球フォーム、ボールの握り方などの手の特徴、空気による影響がある。本節では、各要因について概説する。

#### 投球フォームによる影響

投球フォームは Fig. 2.3 に示すように、ボールリリース時の姿勢からオーバースロー、サイドスロー、アンダースローなどの様々な種類に分類される。投球フォームによって、各関節に働くトルクが変化し、最終的に、リリース時にボールに加わる力、またリリース位置も変化するので、ボールの軌道に影響を及ぼす [17]。

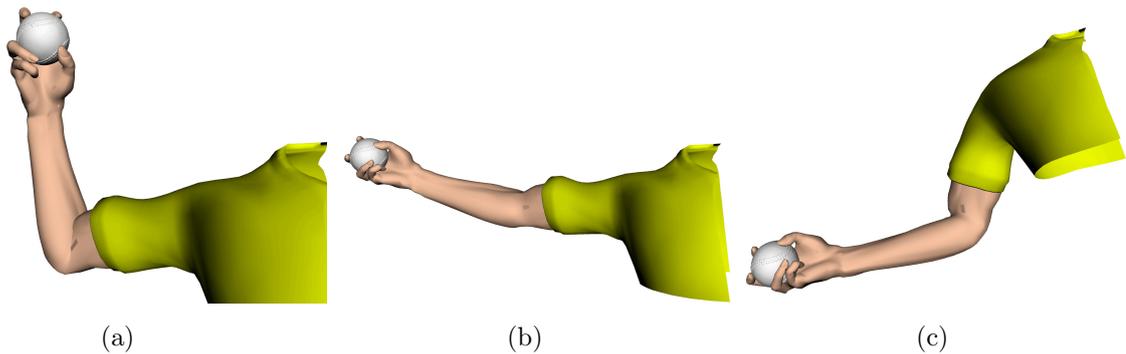


Fig. 2.3: 投球フォームの種類：(a) オーバースロー，(b) サイドスロー，(c) アンダースロー

## 投球する際の手の影響

野球ボールを投球する際、ボールの握り方やリリース時の縫い目の位置、ボールを回転させる方向に応じて、様々な軌道変化を与えることが出来る [10]. Fig. 2.4に示すように、変化球は握り方と投球する際の回転方向によって区別される. ストレートは進行方向に対して左右への変化は少なく、比較的大きな速度で鉛直方向に落下しながら進行する. カーブは直球に比べて遅い球速で、投手の利き腕と反対方向に大きく曲がりながら落ちる. フォークはボールが打者の近くで落下する変化球である. また指先の筋力や皮膚とボール表面間の摩擦などが個人で異なることで、リリース位置や、リリース時のボールに加えられる力の大きさや方向に差異が生じ、選手によって変化球の軌道に特徴が生まれる. したがって、投球シミュレーションを行う場合、投球フォーム以外にもボールの握り方や手の個人の特徴量を考慮することが重要である.

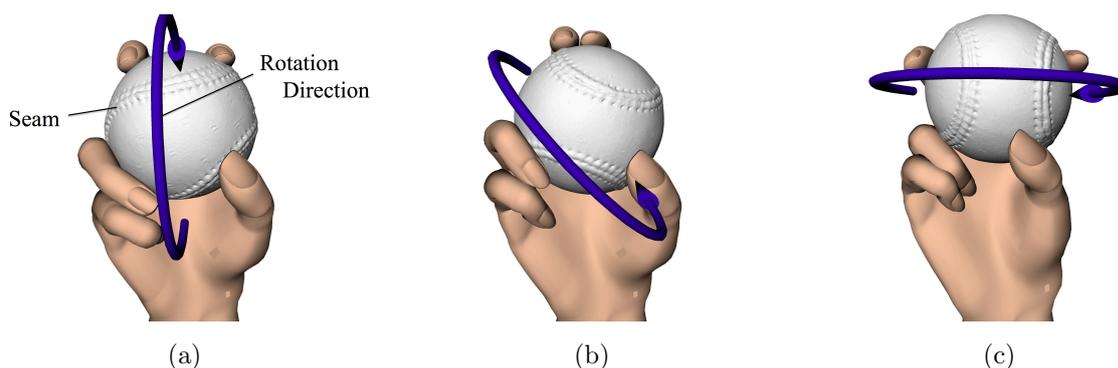


Fig. 2.4: 変化球の握りと回転方向 [10]: (a) ストレート, (b) カーブ, (c) フォーク

## 空気による影響

空中を移動する物体の軌道を考える際、リリース後の物体には空気力と重力のみが働く. Fig. 2.5に示すようなボールに加わる空気力を推定することで、軌道を求めることが可能になる. ただし、空気力とは鉛直方向に働く揚力、水平方向に働く横力、進行方向の反対方向に働く抗力の総称である. 溝田らは風洞実験を行い、ボールの縫い目の位置とボールの速度により、空気力の大きさが変化することを報告しており [18], 軌道シミュレーションを行う際には、ボールの状態に応じた空気力を算出し、考慮する必要がある.

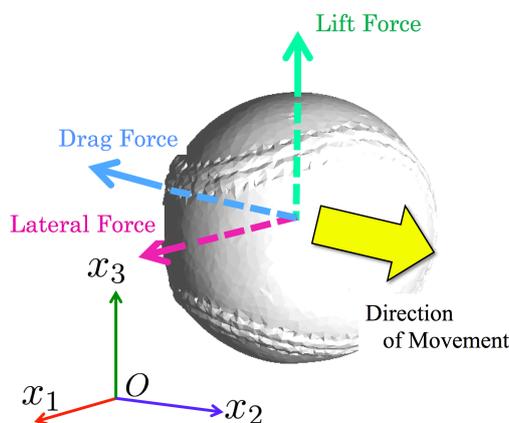


Fig. 2.5: 空気力

## 2.2.2 投球動作の解析

投球動作の解析とは、ボールを投球する際の人体のモデルを構築し、計測された投球動作をモデルに入力として与えることによって、逆動的に各関節トルクを算出することである。投球動作を解析することによって、関節トルクの算出による投球動作における運動則の解明や投球時の負荷の定量化が可能となる。具体的には、投球動作の際に、各関節トルクの発生を体幹から指先にかけて次々と移行することによって、手先の運動を効率的に高速化するメカニズムである [19]。Hirashima らは人体モデルを胴体、肩、肘、手首の位置で分割し、各関節位置の動作を計測し、投球時における関節トルクを算出している [20]。さらに、近位部分の関節の運動は主に筋肉の収縮によって関節自身に働く関節トルクによって生成されており、遠位部分の関節の運動は主に角度と速度に応じて関節に働くトルクによって生成されるという運動則が示されている。投球動作のようなダイナミックな運動を伴う際、ヒトの体の運動則は静止時とは異なる挙動を示す。したがって、投球時のヒトの体の運動則を正しく理解することは、最適なフォームを提案する上で重要である。また、これらの結果から各個人の投球時における関節負荷を定量的に求めることが出来る。

## 2.2.3 軌道の解析

ボールの軌道解析とは、ボールに与える初期速度や角速度、縫い目の位置の変化による軌道の違いを解析することであり、計測とシミュレーションの双方から様々な研究が行われてきた。谷口らは、ピッチングマシンによって投げられたボールの軌道を高速度カメラを用いて計測し、縫い目の位置による空気力の変化を報告している [21]。

ボールの軌道の研究としては計測の他に、数値シミュレーションがある。姫野らは変化球を投げた際のボール周りの空気の流れを、数値シミュレーションによって計算することで空気力を求め、投球した際のボールの軌道を算出している [22]。また、酒井らはピッチングマシンの設計のために軌道シミュレーションを行なっている [23]。ピッチングマシンでは、Fig. 2.6のように設置された三つのローラが適切な速度で回転することによって、ボールに様々な速度・角速度を与えることが出来る。ボールをピッチングマシンに設置する際の縫い目の位置や、与える速度や角速度の変化が軌道に与える影響を解析し、目標とする軌道を得るためのローラの最適な設計に応用している。

従来の軌道解析では、ボールに与える初期値や風速と軌道との関係に重点が置かれてきたが、投球動作を考える際には、投球動作を行うヒトのモデル化により、投球動作全体と軌道の関係を考慮する必要がある。

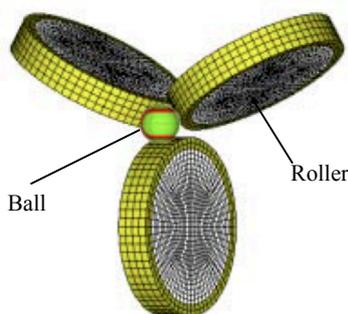


Fig. 2.6: ピッチングマシンのローラ [23]

## 2.2.4 投球動作を考慮した軌道シミュレーション

空気の影響を加味した軌道シミュレーションに加えて、ヒトのモデルも考慮した研究も進められている。姫野らは目的とする軌道のボールを投球するための最適な動作をシミュレーションから予測している [24]。対象とする球種はジャイロボールであり、Fig. 2.7, 2.8に示すように進行方向に対して、螺旋状に回転するように投球する。ジャイロボールの特徴は、Fig. 2.4に示すような変化球に比べて、回転軸の向きがボールの進行方向に対して一定に保たれることである。したがって、進行方向に対して縫い目の変化がないので、空気抵抗が小さくなる縫い目を向けて投球すれば、初速と終速の差が少なくなる。また、空気抵抗が大きくなる縫い目の向きで投球すれば、初速と終速の差が大きくなり、より落差が大きな軌道となる。姫野らは、ジャイロボールを投げるための最適な動作と縫い目の変化による軌道への影響に関する解析を行った。

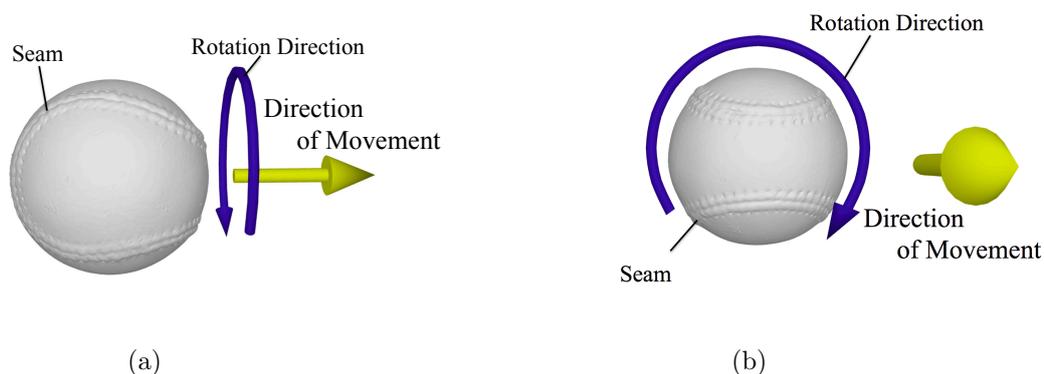


Fig. 2.7: 対称ジャイロボール：(a) 進行方向から左手方向より見た回転，(b) 進行方向から見た回転

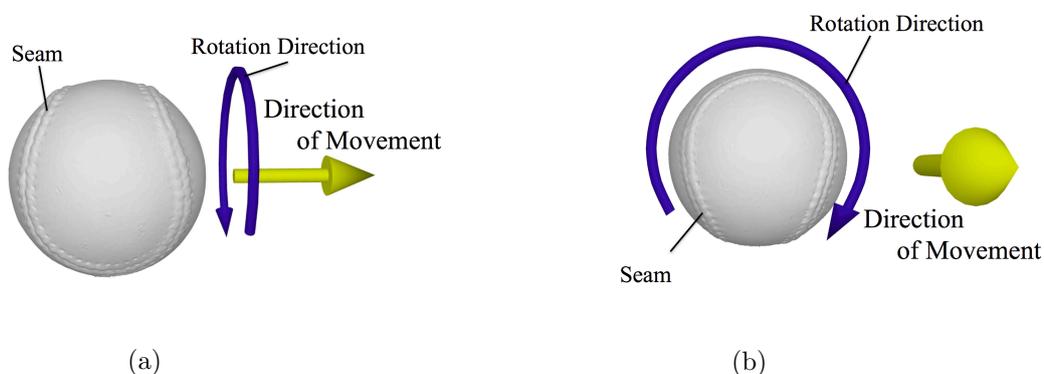


Fig. 2.8: 非対称ジャイロボール：(a) 進行方向から左手方向より見た回転，(b) 進行方向から見た回転

まず、姫野らの研究では、ヒトの体を Fig. 2.9に示すように剛体リンクモデルとして取り扱い、各関節毎に運動方程式を記述する。ワールド座標系を基準として、肩関節軌道の制御は、ボールを投げる側の上肢と反対側の股関節位置の三自由度の並進運動 ( $x_0, y_0, z_0$ )、股関節位置を中心とした二自由度の回転運動 ( $\theta_0, \theta_1$ ) によって行う。肩関節の三自由度については、 $\theta_2$  が水平位内転・外転に相当する回転角、 $\theta_3$  は内転・外転に相当する回転角、 $\theta_4$  は内旋・外旋の回転角である。肘関節については、 $\theta_5$  が屈曲・伸展の回転角で、前腕関節の回内・回外については近似的に肘関節の位置における一自由度の回転  $\theta_6$  で表現する。手関節については、 $\theta_7$  が橈屈・尺屈の回転角で  $\theta_8$  は背屈・掌屈の回転角である。

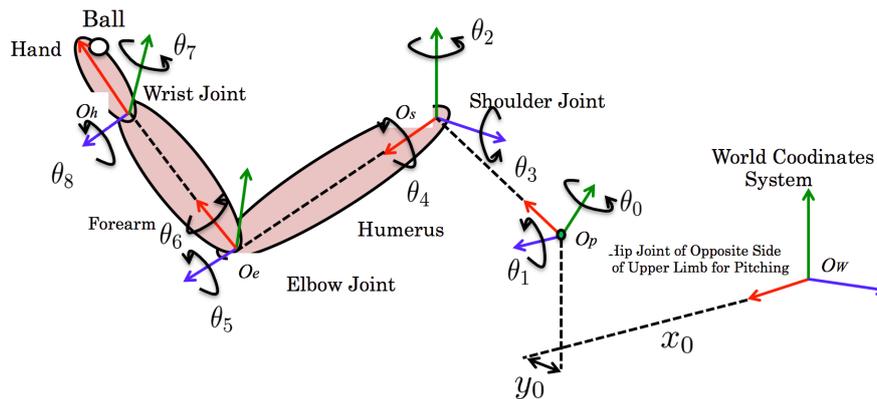


Fig. 2.9: 投球動作の力学モデル ([24] を改変)

姫野らは投球動作の評価要素を以下のように定義した.

- 動作の目的に対する達成度
- 動作の滑らかさ
- 物理運動としての制限
- 運動生理学的な制限

投球に関する各評価要素を定式化し、重み付きの線形和として評価関数を構成している. 評価関数を最大化することで、最適な投球動作を与えるパラメータを得る. 最適化計算の初期値として、モーションキャプチャシステムにより得られたプロ野球選手の投球動作における各変数の時間変化を与える. 実際の関節可動範囲を逸脱しない範囲で変数の値を変化させて反復計算を行い、選手の肉体に加わる負荷を軽減し、ボールの速度を最大にする最適な投球動作を算出する. 実験より、選手・要求速度による動作の変化や、各関節に加わるトルクの変化が示されている.

次に、ボール周りの空気の流れを非定常非圧縮流れとして解析することにより、リリース後のボールの軌道シミュレーションを行う. Fig. 2.10(a) が流れが対称となる場合のジャイロボール, Fig. 2.10(b) が流れが非対称となる場合のジャイロボールの周辺の空気の流れを示している. 縫い目の位置の違いによって、同一の回転方向であっても軌道が異なることが分かる. しかし、これらの研究ではボールを把持している際の手の形状や詳細な動きなどは考慮されておらず、投球動作の違いによる軌道変化を再現することは出来ない [24].

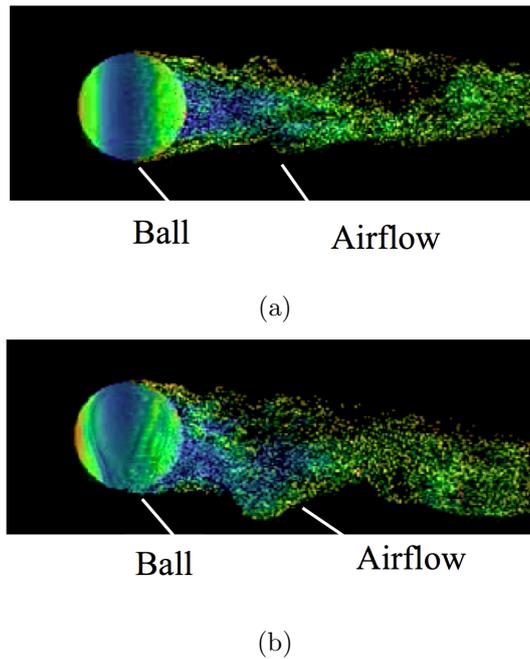


Fig. 2.10: ジャイロボールの流れ解析 ([24] を改変): (a) 対象ジャイロボール, (b) 非対称ジャイロボール

### 2.3 投球シミュレーションに求められる構成

第 2.2.1 節で述べた投球フォーム・選手の手・空気などの軌道に影響を与える因子を考慮することは、投球シミュレーションシステムを構築する上で重要であると考えられる。特に、従来研究で考慮されていないかった形状や皮膚の特性、摩擦といった手の力学的特徴の影響が重要であるが、その中で、軌道への影響が大きいと考えられるボールの握り方や形状・筋力を含んだ手のモデルを導入した投球シミュレーションシステムの構築を行う。

まず、投球動作についてはヒトの体を単純な剛体リンクモデルとして考え、投球動作の解析を行う。投球時の運動則にもとづき、リリース状態に応じて筋モデルへの入力を与える必要がある。次に、野球ボールを把持した際の、手と野球ボールの間における相互作用について力学解析を行う必要がある。微細な力の変化が軌道に大きく影響すると考えられるので、Table 2.1 に示したように、精度の高い有限要素法を適用することを考える。最後に、リリース後のボールに対する空気の影響を考慮する必要がある。Table 2.2 に示したように、流体解析手法には差分法と有限要素法があり、野球ボール周りの空気の流れ解析を行う場合、ボール表面の細かな縫い目形状に適応する必要がある。投球シミュレーションを考える場合、空間表現が柔軟であり、高精度な流体解析が可能である有限要素法が適切であると考えられる。したがって、本研究では、以上のことを考慮した投球シミュレーションシステムの構築を行う。

## 第3章 投球シミュレーションシステムの構築

本章では、まず、本研究で提案する投球シミュレーションシステムの全体像について述べ、提案システムのうち、手のモデル化と軌道シミュレーション部分について述べる。手のモデルでは、筋骨格モデルとして、屈曲動作に寄与する深指屈筋の導入について説明する。次に、指とボールの接触とリリース部分のモデル化について説明する。さらに、軌道シミュレーションのうち、ボール周りの空気の流れ解析を行う手法を提示し、最後に、空気力を考慮した際の三次元空間におけるボールの軌道シミュレーションについて説明する。

### 3.1 システムの構成

提案するシステムは、全身の投球動作のシミュレーション部分とリリース後の軌道シミュレーション部分の二段階で構成される。さらに投球動作のシミュレーション部分には、手とボールの接触部についての詳細なシミュレーション部分が含まれる。第2.2.1節で述べたように、投球動作において、リリース時における手の影響は大きく、変化球の数値シミュレーションを行う際にボールの握り方や形状を考慮することは重要となる。手の特徴量が選手によって異なることで、選手個人の特徴量を反映させたシステムとなる。以下に各シミュレーション部分についての概要を記す。

#### 投球動作解析部分

ヒトの体を剛体リンクモデルとして考え、各関節に関する回転の運動方程式を記述する。入力としてユーザの投球動作を与え、各関節の角速度から、関節に加わるトルクを算出する。したがって、同様のモデルにトルクを与えることによって、ユーザの投球動作を再現することが出来る。

さらに、リリース時における手からボールに働く力を数値シミュレーションより求める。パラメータとして、選手個々の指の長さ・表面の摩擦・皮膚の弾性体としての特徴などを与え、選手に応じた手のモデリングを行う。投球動作部分のシミュレーションに加えることで、指先の動きを考慮した投球シミュレーションが可能となる。指とボールの相互作用がなくなる瞬間（ボールの移動距離が指の移動距離を超えた瞬間）をリリース時刻とし、リリース後の軌道シミュレーションに切り替える。

#### 空気中におけるボールの挙動解析部分

移動中のボール周りの空気の流れを解析することによって、ボール周りの速度場と圧力分布を算出し、ボールに働く力を求める。ボールの移動距離が、ボールのリリース位置とホームベースの距離を超えるまで解析を行い、最終的にボールの軌道と、初期値の軌道に対する影響を算出する。

本システムの処理の流れを Fig. 3.1に示す。入力として選手の手の特徴量を与え、投球シミュレーションを行う。投球シミュレーション部分からは各時刻におけるボールに加わる力、速度、角速度が出力され、リリース時の値が、軌道シミュレーションを行う際の初期値となる。ボールに与えられる初期値から、ボール周りの空気の流れ解析を行うことで、ボールの軌道を算出する。最終的に手の特徴量がボールの軌道へもたらす影響を提示することが出来る。また、手の動きの変化によるボールの軌道への影響を算出することが可能となる。

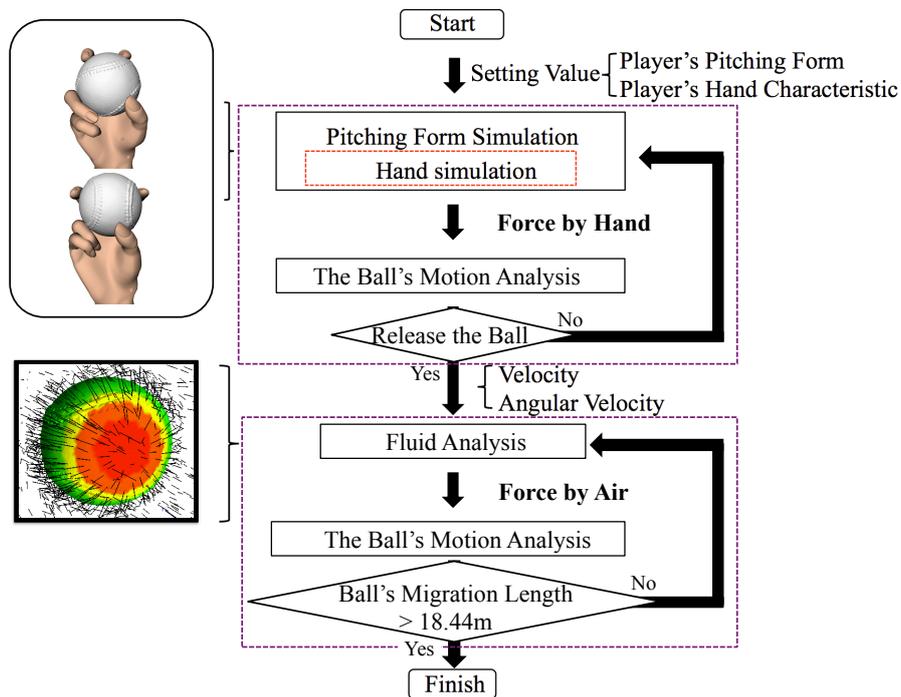


Fig. 3.1: 全体の処理の流れ

### 3.2 提案システムの特徴

骨格モデルだけでなく、屈曲動作のような筋肉を考慮した手のモデリング、さらにリリース部分における手とボールの相互作用のモデル化を行う。これらを投球動作のシミュレーション部分に組み込むことによって、様々な変化球の軌道シミュレーションを可能とするシステムの構築を目指す。筋骨格構造をモデルに組み入れることによって、実際の動作に近い動きを再現することが可能となる。さらに、動力学に基づいた手とボールの相互作用を考慮したリリース部分のモデルによって、ボールの握り方や手の形状の軌道への影響を考慮でき、正確なシミュレーションが可能となる。

### 3.3 リリース前のボールの運動

ボールのリリース前のシミュレーションでは、手の運動の再現と手からボールが受ける力の解析が必要となる。まず、筋肉が収縮し、筋肉と骨格を仲介する腱が牽引された際の、指の屈曲動作のシミュレーションを行う。さらに、指とボール間の接触による相互作用を考え、リリース時のボールの位置・速度・角速度を算出する。

#### 3.3.1 手の運動

ヒトの身体には骨格筋、平滑筋、心筋の三つの種類の筋肉が内在しており、その中でヒトの運動に寄与するものが骨格筋である。骨格筋は骨に腱を介して付着しており、神経発火に応じて筋肉が収縮することで力を発生させる。したがって、骨格筋の配置と、運動と骨格筋の対応性は、ヒトの運動を考える上で非常に重要である。ヒトの手の運動は、手首の運動を含めると、屈曲・伸展動作、内転・外転動作、内旋・外旋動作の六つに分類される。これらの動作を駆使することによって、様々な速度および角速度での投球動作を可能としている。本研究では、投球動作において屈曲動作が最も重要な運動の一つであると考え、骨格筋の解剖学的構造に基づいた深指屈筋による屈曲モデルの提案を行う。

#### 3.3.2 深指屈筋による関節トルクの発生

本節では、母指以外の四指に関する屈曲動作について述べる。指の屈曲・伸展動作に関わる筋肉として、屈曲動作に関わる深指屈筋、浅指屈筋、伸展動作に関わる指伸筋、短橈側手根伸筋、さらに内転・外転に関わる骨間筋、虫様筋がある。深指屈筋は FDP (Flexor Digitorum Profundus Muscle)、浅指屈筋は FDS (Flexor Digitorum Superficialis Muscle)、指伸筋は ED (Extensor Digitorum Muscle)、短橈側手根伸筋は ECRB (Extensor Carpi Radialis Brevis Muscle) とそれぞれ表記する。その中で、全指関節の屈曲動作に関わる FDP について述べていく [25]。

Fig. 3.2に示すように、FDP は末梢骨に吸着しており、指腹側に存在する腱鞘の中を通り、前腕部へ到達するように配置されている。したがって、FDP が収縮することによって各腱鞘に力が伝達され屈曲動作が実現されることになる。本研究では FDP は末節骨に吸着しており、さらに腱鞘を摩擦のない滑車のような構造（プーリー構造）と考える。FDP の収縮はプーリー構造を介して骨格に伝えられ、その力によって発生した関節トルクで屈曲動作を再現する [14]。

#### 3.3.3 ボールと指の運動

指の各リンクにトルクが加わった際の運動方程式を考える。剛体リンクモデルの運動を記述するためには、ニュートンの運動方程式では各関節毎の運動方程式および各関節の重心位置に関する幾何的な拘束条件および関節反力の導入が必要となる。しかし、これらの手法では、本来二自由度である運動を四自由度に増やして考える必要があり、式が煩雑になる問題がある。したがって、本研究ではラグランジュの運動方程式を用いて指の運動を記述する。ラグランジュの運動方程式を用いることで、系が持つ自由度のみの関数で運動を記述することが出来る。ラグランジュの運動方程式は系内の運動エネルギーの総和を  $K$ 、位置エネルギーの総和を  $U$  とすると、ラグランジュ関数  $L$  を

$$L = K - U \quad (3.1)$$

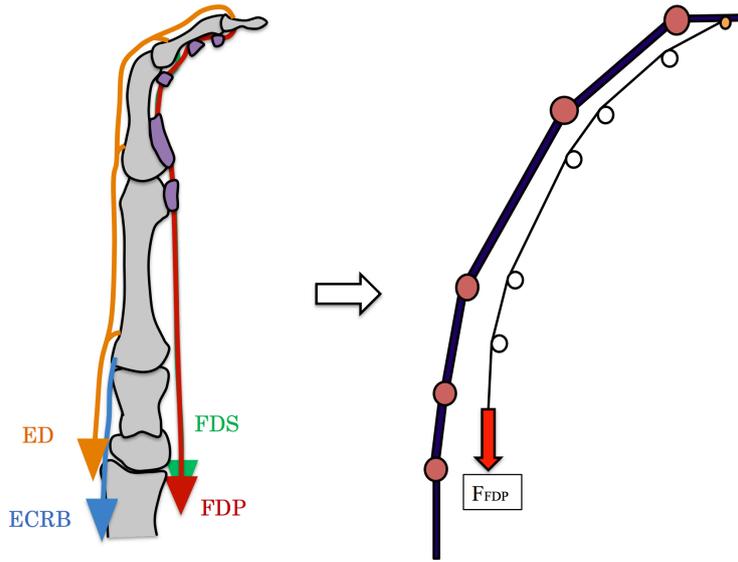


Fig. 3.2: 深指屈筋

で表し、運動方程式を

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \tau_i \quad (3.2)$$

と表したものである。  $q_i$  は一般化座標、  $\tau_i$  は外力や入力を表す一般化力である。したがって、ラグランジュの運動方程式を導くために、  $L$  の算出に必要な各関節毎の運動エネルギーと位置エネルギーを算出する。各リンクのパラメータを Table 3.1 に示す。

Table 3.1: 各指関節における変数

項目	詳細	項目	詳細
$m_k$	$k$ 番目の指関節の質量	$I_k$	$k$ 番目の指関節の慣性モーメント
$(y_k, z_k)$	$k$ 番目の指関節の重心位置	$l_k$	$k$ 番目の指関節の長さ
$l_{g,k}$	重心位置までの長さ	$\theta_k$	$k$ 番目の関節角
$r_k$	$k$ 番目の重心位置の比率	$l_k$	$k$ 番目の指関節の長さ (リンク長)

運動エネルギーを  $K_k (k = 0, 1)$  とすると、

$$K_0 = \frac{1}{2} m_0 \dot{y}_0^2 + \frac{1}{2} m_0 \dot{z}_0^2 + \frac{1}{2} I_0 (\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1)^2 \quad (3.3)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \quad (3.4)$$

であり、各重心位置は以下のように表すことができる。

$$y_0 = l_1 \cos \theta_1 + l_{g,0} \cos(\theta_0 + \theta_1) \quad (3.5)$$

$$z_0 = l_1 \sin \theta_1 + l_{g,0} \sin(\theta_0 + \theta_1) \quad (3.6)$$

$$y_1 = l_{g,1} \cos \theta_1 \quad (3.7)$$

$$z_1 = l_{g,1} \sin \theta_1 \quad (3.8)$$

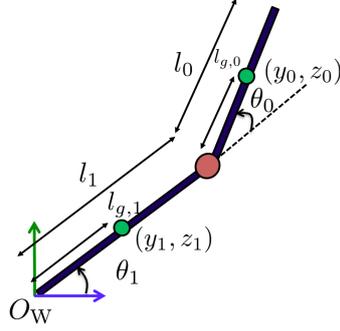


Fig. 3.3: 各リンクの重心位置

さらに、式 (3.5)-式 (3.8) をそれぞれ時間微分すると、以下のようになる。

$$\dot{y}_0 = -l_1\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - l_{g,0}(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \sin(\theta_0 + \theta_1) \quad (3.9)$$

$$\dot{z}_0 = l_1\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + l_{g,0}(\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \cos(\theta_0 + \theta_1) \quad (3.10)$$

$$\dot{y}_1 = -l_{g,1}\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \quad (3.11)$$

$$\dot{z}_1 = l_{g,1}\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \quad (3.12)$$

式 (3.9)-式 (3.12) を式 (3.3)-式 (3.4) に代入すると、運動エネルギー  $K_0$ ,  $K_1$  は以下のように表せる。

$$K_0 = \frac{1}{2} \left\{ m_0 l_1^2 \dot{\theta}_1^2 + 2m_0 l_1 l_{g,0} \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1) \cos \theta_0 + (m_0 l_{g,0}^2 + I_0) (\dot{\theta}_0 + \dot{\theta}_1)^2 \right\} \quad (3.13)$$

$$K_1 = \frac{1}{2} (m_1 l_{g,1}^2 + I_1) \dot{\theta}_1^2 \quad (3.14)$$

一方位置エネルギーは、重力加速度  $g$  を用いると、以下のように表せる。

$$U_0 = m_0 g \{ l_{g,0} \sin(\theta_0 + \theta_1) + l_1 \sin \theta_1 \} \quad (3.15)$$

$$U_1 = m_1 g l_{g,1} \sin \theta_1 \quad (3.16)$$

式 (3.13)-式 (3.16) より、各リンクの運動エネルギーおよび位置エネルギーは  $\theta_0$ ,  $\theta_1$  の関数となることが分かる。したがって、一般化座標を  $\mathbf{q}_F = (\theta_0, \theta_1)^T$  とし、関節には FDP によって駆動トルク  $\tau_0$ ,  $\tau_1$  が働くとする。以上より、指の運動をラグランジュの運動方程式を用いて記述する。式 (3.2) より、ラグランジュの運動方程式は以下のように表せる。

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_0} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_0} = \tau_0 \quad (3.17)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = \tau_1 \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} L &= K - U \\ &= (K_0 + K_1) - (U_0 + U_1) \end{aligned} \quad (3.19)$$

それぞれ計算すると、運動方程式は以下のように表すことが出来る。

$$\mathbf{I}_F \ddot{\mathbf{q}}_F + \boldsymbol{\Psi}_F = \mathbf{T}_F \quad (3.20)$$

各行列は以下の通りである.

$$\begin{aligned} \mathbf{I}_F &= \begin{bmatrix} m_0 l_{g,0}^2 + I_0 & m_0 l_{g,0}^2 + I_0 + m_0 l_1 l_{g,0} \cos \theta_0 \\ m_0 l_{g,0}^2 + I_0 + m_0 l_1 l_{g,0} \cos \theta_0 & m_1 l_{g,1}^2 + m_0 l_1^2 + m_0 l_{g,0}^2 + I_0 + I_1 + 2m_0 l_{g,0} l_1 \cos \theta_0 \end{bmatrix} \\ \Psi_F &= \begin{bmatrix} m_0 l_1 l_{g,0} \dot{\theta}_1 \sin \theta_0 + m_0 g l_{g,0} \cos(\theta_0 + \theta_1) \\ -m_0 l_1 l_{g,0} (\dot{\theta}_0 + 2\dot{\theta}_1) \dot{\theta}_0 \sin \theta_0 + m_0 g l_{g,0} \cos(\theta_0 + \theta_1) + (m_0 g l_1 + m_1 g l_{g,1}) \cos \theta_1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{T}_F &= \begin{bmatrix} \tau_0 \\ \tau_1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$\Psi_F$  はコリオリの力や重力,  $\mathbf{T}_F$  は駆動トルクであり, 式 (3.20) は互いの指関節の相互作用を加味した運動方程式となっている.

ボールには重心位置に対して重力のみが働くので, 以下のようにボールの並進回転の運動方程式が表せる.

$$\mathbf{I}_b \ddot{\mathbf{q}}_b = \mathbf{g}_b \quad (3.21)$$

各行列は以下の通りである.

$$\mathbf{I}_b = \begin{bmatrix} m_b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_b & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_b & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{b,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{b,2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{b,3} \end{bmatrix}, \mathbf{g}_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m_b g \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ただし,  $\mathbf{q}_b = (x_{b,1}, x_{b,2}, x_{b,3}, \theta_{b,1}, \theta_{b,2}, \theta_{b,3})^T$  はボールの位置・角度を成分に持つベクトルであり,  $m_b$  はボールの質量,  $I_{b,1}, I_{b,2}, I_{b,3}$  はそれぞれの軸周りに関する慣性モーメントを表す. 式 (3.20) によって求められた指の運動方程式および式 (3.21) によって求められたボールの並進回転の運動方程式を合わせたものを式 (3.22) とする.

$$\mathbf{I} \ddot{\mathbf{q}} + \Psi = \mathbf{T} \quad (3.22)$$

$\mathbf{I}$  は慣性行列,  $\Psi$  は速度および重力項,  $\mathbf{T}$  はトルク項である. ただし,  $i$  番目の指の各関節角度を  $\theta_i = (\theta_{i,0}, \theta_{i,1}, \dots)^T$  とし,  $\mathbf{I}, \mathbf{q}$  は以下のように構成される.

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_b & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_F \end{bmatrix} \\ \mathbf{q} &= \begin{bmatrix} \mathbf{q}_b & \theta_1 & \dots & \theta_i \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

### 3.3.4 ボールと指の接触問題

ボールの把持およびリリース部分の構築のために、ボールと指の接触問題を考える。Fig. 3.4に示すように、ボールと指がDIP 関節から末節骨側に  $l_{i,c}$  の位置で接触しているとすると、各関節速度の接触点における速度  $\nu_i$  への変換は、ヤコビ行列  $\mathbf{J}_i$  を用いて以下のように表すことができる。

$$\nu_i = \mathbf{J}_i \dot{\theta}_i \quad (3.23)$$

$$\mathbf{J}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -l_{i,c} \sin(\theta_{i,0} + \theta_{i,1}) & -l_{i,c} \sin(\theta_{i,0} + \theta_{i,1}) - l_{i,1} \sin \theta_{i,1} \\ l_{i,c} \cos(\theta_{i,0} + \theta_{i,1}) & l_{i,c} \cos(\theta_{i,0} + \theta_{i,1}) + l_{i,1} \cos \theta_{i,1} \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

ただし、式 (3.24) に示すヤコビ行列  $\mathbf{J}_i$  は関節角が二つの場合におけるものであり、関節数に応じて適宜算出する必要がある。関節数が  $N_i$  の場合は、ヤコビ行列は  $6 \times N_i$  行列となる。

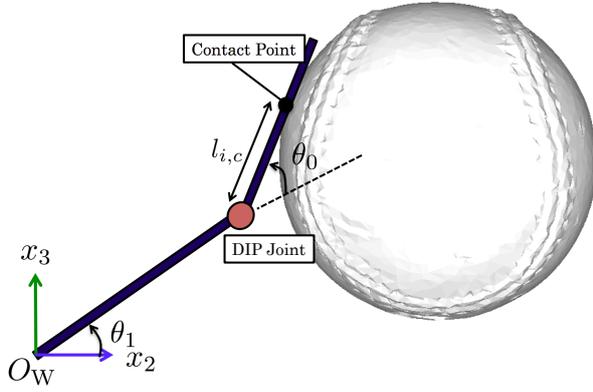


Fig. 3.4: 末節骨におけるボールとの接触

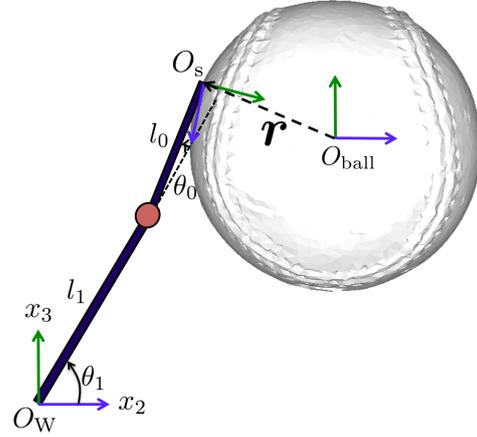


Fig. 3.5: 各座標系の関係

Fig. 3.5に示すように、ボール座標系  $O_{\text{Ball}}$  におけるボールの速度ベクトルを  $\nu_o$  とし、速度および各軸周りの回転の角速度の六成分から成るものとする。ボール座標系からみたボールの速度ベクトルを接触面座標系  $O_s$  におけるボールの速度ベクトルへと変換する行列を  $\mathbf{R}_{i,1}$ 、同様にワールド座標系からみたボールの速度ベクトルを接触点における指の速度ベクトルへと変換する行列を  $\mathbf{R}_{i,2}$  とする。「接触点における指とボールの相対速度がゼロ」になるための条件式は以下のように表すことができる。

$$\mathbf{R}_{i,1} \mathbf{X}_i \nu_o - \mathbf{R}_{i,2} \mathbf{J}_i \dot{\theta}_i = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

$\mathbf{X}_i$  はボールの中心速度の表面速度への変換行列であり、以下のように表される。

$$\mathbf{X}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -r_{i,3} & r_{i,2} \\ 0 & 1 & 0 & r_{i,3} & 0 & -r_{i,1} \\ 0 & 0 & 1 & -r_{i,2} & -r_{i,1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

ただし,  $\mathbf{r}_i = (r_{i,1}, r_{i,2}, r_{i,3})^T$  はボールの中心から接触点までの距離を表すベクトルである. したがって,  $\mathbf{X}_i \boldsymbol{\nu}_o$  はボール表面におけるボールの速度・角速度を表している.

次に, 接触問題に着目すると, 二物体間に起こりうる運動には様々なものが考えられる. 二物体が接触しながら追従するような動作の他に, 一方が表面を滑る動作, 回転する動作などが存在する. しかし, 式 (3.25) の拘束式では, 二物体の全自由度に対して拘束を与えることになり, 様々な接触動作を表現することが出来ない. 様々な接触動作を取り扱う際には, 任意の成分に対して運動拘束を割り当てる必要があるため, ボールと指の接触モデル行列  $\mathbf{Y}_k$ , 接触動作モデル行列  $\boldsymbol{\Upsilon}_l$  を導入する.  $\mathbf{Y}_k$ ,  $\boldsymbol{\Upsilon}_l$  を設定することで, ボールと指の接触による様々な運動を表現することが出来る. ボールと指が一点のみで接触するものとした場合, 代表的な接触モデルとして Fig. 3.6 に示す三つが挙げられる. ただし, Fig. 3.6 に示す赤矢印は, 運動拘束を与える運動方向および回転方向を表している. それぞれの接触モデルは行列  $\mathbf{Y}_k (k = 1, \dots, 3)$  を用いて以下のように表す.

1. 摩擦なしハードフィンガーモデル (Fig. 3.6(a))

$$\mathbf{Y}_1^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

2. 摩擦ありハードフィンガーモデル (Fig. 3.6(b))

$$\mathbf{Y}_2^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

3. ソフトフィンガーモデル (Fig. 3.6(c))

$$\mathbf{Y}_3^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

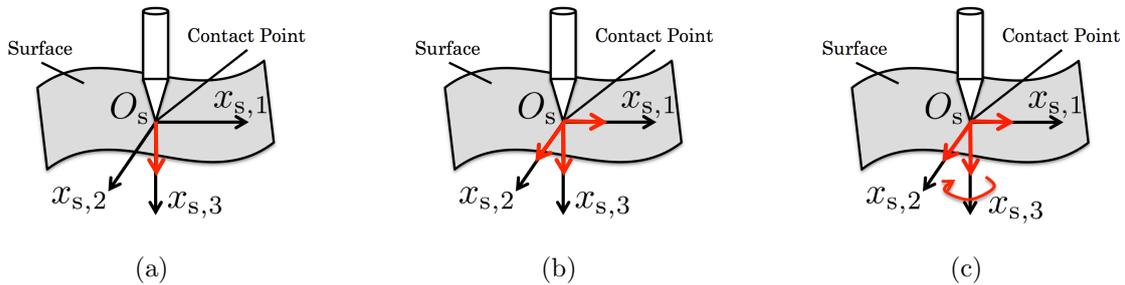


Fig. 3.6: 指先モデル

$\mathbf{Y}_k$  は接触による運動拘束をそれぞれの物体に対して与えるものであり, 例えば  $\mathbf{Y}_1$  は, 法線方向成分のみに運動拘束を与える.

さらに, 指とボールの接触面にて起きる動作は, 代表的なものとして Fig. 3.7 に示す三つが挙げられ, それぞれ  $\boldsymbol{\Upsilon}_l (l = 1, \dots, 3)$  を用いて表す. ただし, Fig. 3.7 における赤矢印は, 運動自由度を表しており, 例えば Fig. 3.7(a) では, 接触面座標系における法線方向周りの回転には拘束が与えられないことを表している.

1. 粘着接触 (Fig. 3.7(a))

$$\Upsilon_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

2. 回転接触 (Fig. 3.7(b))

$$\Upsilon_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

3. 滑り接触 (Fig. 3.7(c))

$$\Upsilon_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

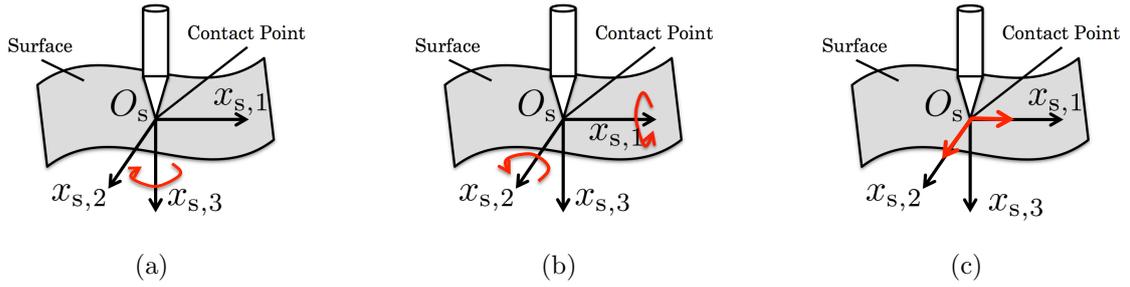


Fig. 3.7: 接触モデル

また、零行列  $\Upsilon_4$  を用いることで、対象物体と指先が接触していない場合を表すことができる。

$\mathbf{Y}_k$ ,  $\Upsilon_l$  を式 (3.25) に作用させることで、両物体に運動拘束を施すことができる [26].

$$\mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,1} \mathbf{X}_i \boldsymbol{\nu}_o - \mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,2} \mathbf{J}_i \dot{\boldsymbol{\theta}}_i = \mathbf{0} \quad (3.33)$$

式 (3.33) は一般化速度  $\dot{\mathbf{q}} = (\boldsymbol{\nu}_o, \dot{\boldsymbol{\theta}}_i)^T$  を用いると、以下のように表すことができる。

$$\mathbf{W} \dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.34)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,1} \mathbf{X}_i & -\mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,2} \mathbf{J}_i \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

さらに式 (3.35) を以下のように拡張することで、複数の指による接触動作を取り扱うことが出来る。

$$\mathbf{W}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.36)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{1,1} \mathbf{X}_1 & -\mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{1,2} \mathbf{J}_1 & \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{0} \\ \mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{2,1} \mathbf{X}_2 & \mathbf{0} & -\mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{2,2} \mathbf{J}_2 & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,1} \mathbf{X}_i & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \cdots & -\mathbf{Y}_k^T \Upsilon_l \mathbf{R}_{i,2} \mathbf{J}_i \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

ただし、この場合  $\dot{\mathbf{q}} = (\nu_o, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2, \dots, \dot{\theta}_i)^T$  である。

### Baumgarte の拘束安定化法

第 3.3.3 節で求めた式 (3.22) で示したボールと指の運動方程式に対して、ボールと指の接触による運動拘束を導入することを考える。式 (3.36) は速度レベルの拘束条件のみであるために、加速度項を持つ式 (3.22) と連立して解くには不十分である。この問題を解決するために、Baumgarte の拘束安定化法を導入する。Baumgarte の拘束安定化法とは、速度レベルの拘束条件を一階微分した項を加速度レベルの拘束条件とし、速度レベルの拘束条件に正の定数を掛けあわせた項と、加速度レベルの拘束条件を足しあわせた式を新たな拘束式として導入する手法である。 $\mathbf{W}\dot{\mathbf{q}}$  を  $\mathbf{W}_q$  とした場合、具体的には以下の式で表される。

$$\dot{\mathbf{W}}_q + \chi \mathbf{W}_q = \mathbf{0} \quad (3.38)$$

$\chi$  は正の定数である。式 (3.38) の第一項目は加速度レベルの拘束条件、第二項目は速度レベルの拘束条件を示している。Baumgarte の拘束安定化法では、正の定数  $\chi$  を調整することによって、拘束式が過度なものになることを防ぎ、様々な状況に対して柔軟に対応することができる [27]。結果的に、接触を考慮したボールと指の運動を記述するためには、以下の連立方程式を解くことになる。

$$\mathbf{I}\ddot{\mathbf{q}} + \Psi = \mathbf{T} + \mathbf{W}^T \Lambda \quad (3.39)$$

$$\mathbf{W}\ddot{\mathbf{q}} + \dot{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{q}} + \chi \mathbf{W}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{0} \quad (3.40)$$

ただし、接触時に指先から受ける力を  $\mathbf{W}^T \Lambda$  で表現する。接触が起こっていない状態は  $\Upsilon_4$  によって表現され、式 (3.35) より、 $\mathbf{W}$  は零行列となり、ボールおよび指には相互作用は働かない。以上の連立微分方程式を解くことになるが、先に拘束力  $\Lambda$  から求めると、以下のように表される。

$$\Lambda = (\mathbf{W}\mathbf{I}^{-1}\mathbf{W}^T)^{-1}(\mathbf{W}\mathbf{I}^{-1}\Psi - \mathbf{W}\mathbf{I}^{-1}\mathbf{T} - \dot{\mathbf{W}}\dot{\mathbf{q}} - \chi \mathbf{W}\dot{\mathbf{q}}) \quad (3.41)$$

実際には、 $\mathbf{Y}_k$  が  $n \times 6$  行列の場合、拘束力  $\Lambda$  は  $n \times 1$  行列となる。求められた拘束力  $\Lambda$  と式 (3.39) より、拘束条件を含めた運動を決定することが出来る。

### 3.3.5 リリース部分のモデリング

第 3.3.4 節にて，ボールと指の接触問題を扱ったが，これまでの立式過程では，指腹部分とボールの接触を許容するものであり， $\mathbf{Y}_k$ ， $\Upsilon_l$  を適切に選択することで，リリース時におけるボールの挙動を再現する．リリースの過程でのボールの振る舞いを以下のように仮定する．

- Fig. 3.8 に示すように，ボールは指に沿って運動する
- 指先に到達した瞬間にボールのリリースが行われる

まず，指とボールの接触モデルとして  $\mathbf{Y}_1$  を選択することで，ボールが指腹の接平面方向のみに運動が許容されることを表現する．さらに，接触によるボールの回転運動を表現するために，接平面上での回転運動を許容する  $\Upsilon_2$  を導入する． $\mathbf{Y}_1$ ， $\Upsilon_2$  をそれぞれ選択することで，上記の仮定にもとづいたボールの運動を表現することが出来る．最後に，ボールが指先に到達した瞬間をリリース時刻とし，ボールのリリース位置に加えて，その時の速度および角速度を算出する．

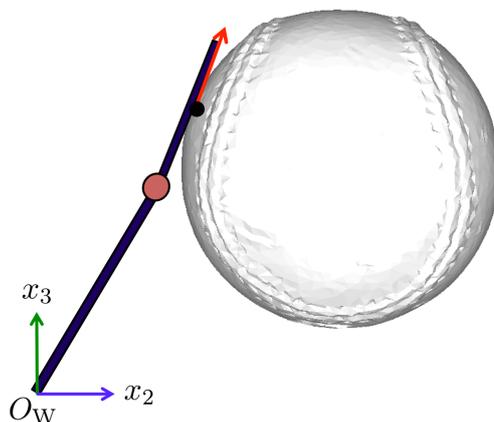


Fig. 3.8: 指の接平面上におけるボールの滑り動作

## 3.4 リリース後のボールの運動

ボールの軌道シミュレーションでは、ボール周りに計算格子を形成し、有限要素法を用いて空気の流れを解析する。ボール周りの圧力分布から縫い目位置に応じた空気力を算出する。

### 3.4.1 有限要素解析

有限要素法は差分法など他の解析手法に比べ、複雑な物体への適用に優れている。本研究では、ボール表面にある細かな縫い目による空気の流れの変化を解析するため、柔軟な空間適合性が必要である。したがって、ボール周りの流れ解析に有限要素法を用いる。球速は音速に比べて十分小さいので、流れは非圧縮性とみなし、非定常非圧縮性流れの問題として解く。空間座標を  $(x_1, x_2, x_3)$  とし、解析領域  $\Omega$  は境界  $\Gamma$  で囲まれた三次元の有界領域とする。

本論文では、式を総和規約に基づいて表記する。総和規約とは、一つの項の中に同一の添字が二つ以上あるときは、添字の取り得る範囲で展開して和を取るというものである。例えば、ベクトル  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  の内積は以下のように表す。

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3 = a_i b_i$$

総和規約を用いると、非定常非圧縮流れを表すナビエ・ストークス方程式は

$$\dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = 0 \quad (3.42)$$

であり、連続の式は

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.43)$$

と表される。 $t$  は時間、 $u_i$  は  $x_i$  方向の流速、 $p$  は圧力、 $\text{Re}$  はレイノルズ数である。レイノルズ数とは、慣性力と粘性力の大きさの比を表す無次元のパラメータである。式 (3.42) は左辺の第一項目から流速の時間項、移流項、圧力項、粘性項、外力項を表し、移流項の速度は移流速度と呼ばれる。

さらに、境界条件を以下のように表す。Fig. 3.9に示すように、ボールは立方体領域の中心に位置していると考え、立方体表面を外部境界  $\Gamma_1$ 、ボール表面を内部境界  $\Gamma_2$  とする。外部境界  $\Gamma_1$  における速度が  $u_{\Gamma_1}$ 、圧力が  $p_{\Gamma_1}$ 、境界表面の法線方向への物理量の変化を  $h_i$  とする。また、内部境界  $\Gamma_2$  における速度がゼロ、境界表面の法線方向への物理量の変化を  $l_i$  とする。外部境界  $\Gamma_1$  における物理量を規定するディリクレ条件は

$$u_i = u_{\Gamma_1}, \quad p = p_{\Gamma_1} \quad (3.44)$$

であり、物理量の流入を規定するノイマン条件は

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p \delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \eta_j = h_i \quad (3.45)$$

である。ただし、 $\eta_j$  は単位法線ベクトルの  $j$  方向成分であり、 $\delta_{ij}$  は

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i = j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

である。また、内部境界  $\Gamma_2$  では、ディリクレ条件は

$$u_i = 0 \quad (3.46)$$

であり、ノイマン条件は

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \eta_j = \iota_i \quad (3.47)$$

とする。

有限要素法とは、式 (3.42), (3.43) の近似解を基底関数の線形和として表し、誤差の積分が最小となるような基底関数の重みを求める手法である。具体的な計算手法について以下で説明を行う。

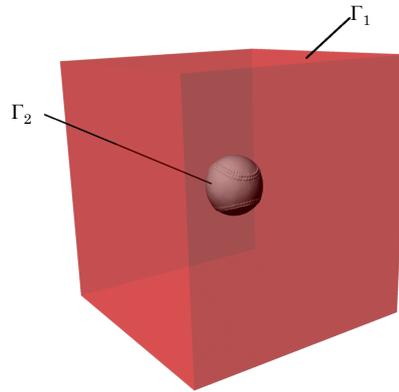


Fig. 3.9: 解析領域

### 重み付き残差法

式 (3.42), (3.43) の未知関数  $u$ ,  $p$  について以下の式を考える。

$$\sigma_1(\mathbf{x}) = \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.48)$$

$$\sigma_2(\mathbf{x}) = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \quad (3.49)$$

式 (3.48), (3.49) で定義される  $\sigma_1(\mathbf{x})$ ,  $\sigma_2(\mathbf{x})$  を残差と呼ぶ。もし  $u$  と  $p$  が厳密解であるならば、残差は全ての点においてゼロとなる。残差に適当な重み関数  $w$  を乗じて領域  $\Omega$  で積分した量は残差の領域全体における重み付き平均を表す。残差がゼロ関数であれば、残差の重み付き平均もゼロとなるので次式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} w(\mathbf{x}) \sigma_1(\mathbf{x}) d\Omega = 0 \quad (3.50)$$

$$\int_{\Omega} v(\mathbf{x}) \sigma_2(\mathbf{x}) d\Omega = 0 \quad (3.51)$$

式 (3.50), (3.51) を式 (3.42), (3.43) の微分方程式に対する重み付き残差方程式という。したがって、式 (3.42), (3.43) の微分方程式を解くことが、以下に示すような任意の重み関数に対して重み付き残差方程式

を満たす関数を求めることに置き換えられる。

$$\int_{\Omega} w_i \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega + \int_{\Omega} w_i \frac{\partial p_i}{\partial x_i} d\Omega - \int_{\Omega} w_i \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega + \int_{\Omega} v \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Omega = 0 \quad (3.52)$$

さらに、式 (3.44)-(3.47) で与えた境界条件は以下のように取り扱う。

- ディリクレ条件：境界上にて各物理量が与えられているので、解はディリクレ条件を満たすような関数の中から選ぶ。その際に重み関数はゼロとする。
- ノイマン条件：境界上で関数の値が与えられていないので、重み付き残差方程式の考えを用いて次式のように表す。

$$\begin{aligned} & \int_{\Gamma_1} w_i \left[ h_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \eta_j \right] d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_2} w_i \left[ \iota_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} n_j \right] d\Gamma = 0 \end{aligned} \quad (3.53)$$

式 (3.42), (3.43) の微分方程式を解くことが、境界条件を満たす関数の中で、次の重み付き残差方程式を満たすような関数  $u$ ,  $p$  を求める問題に置き換えられる。以上のような微分方程式の解法を重み付き残差法と呼ぶ。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_i \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega + \int_{\Omega} w_i \frac{\partial p_i}{\partial x_i} d\Omega - \int_{\Omega} w_i \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} v \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Omega = \int_{\Gamma_1} w_i \left[ h_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \eta_j \right] d\Gamma \\ & + \int_{\Gamma_2} w_i \left[ \iota_i - \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ -p\delta_{ij} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\} \eta_j \right] d\Gamma \end{aligned} \quad (3.54)$$

有限要素法は、重み付き残差法に基づいて微分方程式の近似解を求める解析手法である。

## 弱形式

式 (3.54) では、関数  $u$  は二階微分可能であることが必要であり、離散化することが容易ではない。したがって、二階微分の項を Gauss-Green の公式を用いて部分積分する。  $\Omega$  を有界領域、境界  $\Gamma$  は区分的に滑らかとし、一階微分可能な関数  $\lambda$ ,  $s$  に対して、次式が成り立つ。

$$\int_{\Omega} \frac{\partial \lambda}{\partial x_i} s d\Omega = \int_{\Gamma} \lambda s n_i d\Gamma - \int_{\Omega} \lambda \frac{\partial s}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.55)$$

式 (3.55) を Gauss-Green の公式と呼び、式 (3.52) の圧力項と粘性項の部分に適用する。式 (3.52) に Gauss-Green の公式を適用した結果を次式に示す。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_i \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} p d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left( \dot{u}_i + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega \\ & + \int_{\Omega} v \frac{\partial w_i}{\partial x_i} d\Omega = \int_{\Gamma_1} w_i h_i d\Gamma + \int_{\Gamma_2} w_i \iota_i d\Gamma \end{aligned} \quad (3.56)$$

式 (3.56) より、重み関数  $w$  が一階微分可能である必要が生じる代わりに、関数  $u$  も一階微分可能であれば良い。式 (3.56) を式 (3.52) の弱形式と呼ぶ。

## Galerkin 法

未知関数には無限の自由度が存在し、また重み関数も無限個存在する。したがって、式 (3.56) を満たす未知関数を求めることは不可能であるため、対象を有限自由度に置き換える必要がある。Galerkin 法とは、未知関数と重み関数の近似解を同じ基底関数の線形和で表すものである。

まず、Fig. 3.10に示すように、解析領域  $\Omega$  を小領域  $\Omega_e$  で分割する。有限要素法では、解析領域を分割する際、二次元解析の場合は三角形や四角形、三次元解析の場合は四面体などを用いて計算格子を生成する。本研究では四面体を用いて解析領域を分割するが、説明を簡単にするために Fig. 3.10では解析領域の分割を三角形で表している。小領域  $\Omega_e$  は要素と呼ばれ、添字  $e$  を要素番号 ( $e = 1, \dots, N_e$ ) と呼ぶ。また、要素を構成する頂点を節点と呼び、節点を  $P_\epsilon$  としたとき、添字  $\epsilon$  を節点番号 ( $\epsilon = 1, \dots, N_\epsilon$ ) と呼ぶ。

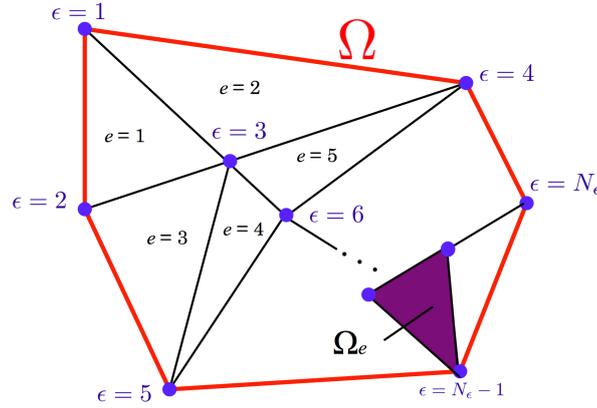


Fig. 3.10: 解析領域の分割

$\Gamma_1, \Gamma_2$  上でゼロであるような  $N$  個の既知関数  $\phi_i(\mathbf{x})$  ( $i = 1, \dots, N_e$ ) を用意する。近似解  $u^h, p^h$  は  $\phi_i(\mathbf{x})$  を用いて以下のように表す。

$$u^h(\mathbf{x}) = u_g(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N u_i \phi_i(\mathbf{x}) \quad (3.57)$$

$$p^h(\mathbf{x}) = p_g(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N p_i \phi_i(\mathbf{x}) \quad (3.58)$$

$u^h, p^h$  を近似関数と呼び、 $\phi_i(\mathbf{x})$  ( $i = 1, \dots, N_e$ ) を基底関数と呼ぶ。ただし、関数  $u_g(\mathbf{x}), p_g(\mathbf{x})$  は式 (3.44), (3.46) のディリクレ条件を満たす関数である。重み関数に関しても、 $\Gamma_1, \Gamma_2$  上でゼロであるような  $N$  個の既知関数  $\psi_i(\mathbf{x})$  を用意する。未知関数の場合と同様に、重み関数も基底関数の線形和で表す。

$$w^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_e} w_i \psi_i(\mathbf{x}) \quad (3.59)$$

$$v^h(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{N_e} v_i \psi_i(\mathbf{x}) \quad (3.60)$$

ただし、基底関数は節点  $P_i$  ( $i = 1, \dots, N_e$ ) に対応して、以下の関数を用いる。

$$\phi_i(P_j) = \delta_{ij}, \quad j = 1, \dots, N_e \quad (3.61)$$

式 (3.59), (3.60) に関しても, 式 (3.61) と同様の基底関数を与える. 式 (3.57)-(3.60) より, 式 (3.56) は以下のように表すことが出来る.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} w_i^h \left( \frac{\partial u_i^h}{\partial t} + u_j^h \frac{\partial u_i^h}{\partial x_j} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_i} p d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial w_i^h}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i^h}{\partial t} + u_j^h \frac{\partial u_i^h}{\partial x_j} \right) d\Omega \\ + \int_{\Omega} v_i^h \frac{\partial w_i^h}{\partial x_i} d\Omega = \int_{\Gamma_1} w_i^h h_i d\Gamma + \int_{\Gamma_2} w_i^h \iota_i d\Gamma \end{aligned} \quad (3.62)$$

式 (3.62) は有限要素方程式と呼ばれ, 式 (3.44)-(3.47) で示した境界条件の値と基底関数  $\phi_i(\mathbf{x})$ ,  $\psi(\mathbf{x})$  の関数の形状を用いて, 各節点毎の近似解  $u^h$ ,  $p^h$  の値を計算することが可能である.

ただし, Galerkin 法による有限要素法では, 数値不安定性の問題がある. Galerkin 法による離散化は, 差分法における中心差分による離散化と等価なため, 空間の離散化では解の方向性が考慮されていない. したがって, 移流項の値によって, 数値振動が発生するある.

## SUPG 法

Galerkin 法で発生する数値不安定性を避けるために, SUPG 法を用いる. SUPG 法とは, 差分法における風上差分法による離散化と等価であり, 流れ方向に適切な量の人工拡散を加える手法である. SUPG 法では重み関数  $w_i$  を以下のように再定義する.

$$\tilde{w}_i^h = w_i^h + \kappa_S \frac{\partial w_i^h}{\partial x_j} \quad (3.63)$$

$\kappa_S$  は安定化パラメータと呼ばれ, 次のように表される.

$$\kappa_S^e = \left\{ \left( \frac{2}{\Delta t} \right)^2 + \left( \frac{2\|\bar{u}_i^e\|}{h_e} \right)^2 + \left( \frac{4}{\text{Re}h_e^2} \right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3.64)$$

$\Delta t$  はタイムステップ,  $\|\bar{u}_i^e\|$  は要素移流速度,  $h_e$  は要素長であり, 要素長は要素の三倍の体積を持つ立方体の一辺の長さとしている. 式 (3.63) を式 (3.62) に適用すると次式が得られる.

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} w_i \left( \dot{u}_i + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} p d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) d\Omega \\ + \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \left( \kappa_S \bar{u}_k \frac{\partial w_i}{\partial x_k} \right) \left( \dot{u}_i + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) d\Omega = \int_{\Gamma_1} w_i h_i d\Gamma + \int_{\Gamma} w_i \iota_i d\Gamma \end{aligned} \quad (3.65)$$

上記のように, 未知関数と重み関数の近似解に対して, 異なる関数系を用いる手法を SUPG 法と呼ぶ. SUPG 法は, 近年の有限要素法による流体解析に標準的に用いられる安定的な解析手法である.

## PSPG 法

式 (3.43) で示したように, 非圧縮性流体と仮定したが, そのために数値不安定性が生じることが知られている. 数値不安定性を回避するために, PSPG 法を導入する. 式 (3.65) の未知関数  $u$ ,  $p$  の時間方向の離散化を行う.  $u$ ,  $p$  をそれぞれ陰的に離散化すると,  $n+1$  ステップ目の有限要素方程式は以下のように表せる.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & -\mathbf{C} \\ \mathbf{Z} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{n+1} \\ p_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.66)$$

$M$  は時間項, 移流項, 粘性項に対応する行列,  $C$  は圧力項に対応する行列,  $Z$  は非圧縮条件に対応する行列,  $b_n$  は  $n$  ステップ目における既知項をまとめたものである. 非圧縮条件とは, 本来連続の式に存在する密度の時間微分をゼロとするものである. しかし, 式 (3.66) では, 非圧縮条件が過度の拘束条件となり, 非圧力場の数値不安定性が存在する. したがって, 行列のゼロ成分の部分に以下の式を代入する.

$$\sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \kappa_S^e \frac{\partial v^h}{\partial x_i} \frac{\partial p^h}{\partial x_i} d\Omega \quad (3.67)$$

式 (3.67) を考慮することによって, 圧力の拡散項に相当するものが圧力項に導入され, 非圧縮条件が緩和され, 圧力の数値不安定性が解消される. この手法を PSPG 法と呼ぶ. したがって, 安定化有限要素法 (SUPG 法/ PSPG 法) [28] を適用したナビエ・ストークス方程式は以下のように表される.

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} w_i \left( \dot{u}_i + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) d\Omega - \int_{\Omega} \frac{\partial w_i}{\partial x_i} p d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial w_i}{\partial x_j} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) d\Omega \\ & + \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \left( \kappa_S \bar{u}_k \frac{\partial w_i}{\partial x_k} \right) \left( \dot{u}_i + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) d\Omega = \int_{\Gamma_1} w_i h_i d\Gamma + \int_{\Gamma_2} w_i \iota_i d\Gamma \end{aligned} \quad (3.68)$$

$$\int_{\Omega} v \frac{\partial u_i}{\partial x_i} d\Omega + \sum_{e=1}^{N_e} \int_{\Omega_e} \left( \kappa_S \frac{\partial v}{\partial x_i} \right) \left( \dot{u}_i + \bar{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial p}{\partial x_i} \right) d\Omega = 0 \quad (3.69)$$

## 有限要素方程式の展開

小領域における物理量を節点における物理量から補間関数を用いて近似する際に, 近似方法には様々なものがあるが, 本研究では, 流速と圧力に対して, 最も単純な四面体要素内の節点のみによる補間を行う.

要素内の任意の点における未知関数を, 四面体の各節点での値の補間によって表す. 要素領域内の未知関数である  $u$ ,  $p$ , また移流速度  $\bar{u}$  は以下のように表せる.

$$u_i^e = \xi_{\alpha}^e u_{\alpha i}^e \quad (3.70)$$

$$\bar{u}_i^e = \xi_{\alpha}^e \bar{u}_{\alpha i}^e \quad (3.71)$$

$$p^e = \xi_{\alpha}^e p_{\alpha}^e \quad (3.72)$$

ただし,  $u_{\alpha i}^e$ ,  $p_{\alpha}^e$  は要素節点における流速と圧力である. Fig. 3.74に示すように,  $\alpha$  ( $\alpha = 1, \dots, 4$ ) は要素節点番号を表している.  $\xi_{\alpha}^e$  は形状関数であり, 体積座標を用いて以下のように表すことが出来る.

$$\xi_{\alpha}^e = a_{\alpha}^e + b_{\alpha}^e x_1 + c_{\alpha}^e x_2 + d_{\alpha}^e x_3 \quad (3.73)$$

また, 各係数は次のように表される.

$$\begin{aligned} a_{\alpha}^e &= \frac{(-1)^{\alpha-1}}{6V^e} \begin{vmatrix} x_1^{\beta} & x_1^{\gamma} & x_1^{\zeta} \\ x_2^{\beta} & x_2^{\gamma} & x_2^{\zeta} \\ x_3^{\beta} & x_3^{\gamma} & x_3^{\zeta} \end{vmatrix}, & b_{\alpha}^e &= \frac{(-1)^{\alpha}}{6V^e} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_2^{\beta} & x_2^{\gamma} & x_2^{\zeta} \\ x_3^{\beta} & x_3^{\gamma} & x_3^{\zeta} \end{vmatrix} \\ c_{\alpha}^e &= \frac{(-1)^{\alpha-1}}{6V^e} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1^{\beta} & x_1^{\gamma} & x_1^{\zeta} \\ x_3^{\beta} & x_3^{\gamma} & x_3^{\zeta} \end{vmatrix}, & d_{\alpha}^e &= \frac{(-1)^{\alpha}}{6V^e} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1^{\beta} & x_1^{\gamma} & x_1^{\zeta} \\ x_2^{\beta} & x_2^{\gamma} & x_2^{\zeta} \end{vmatrix} \\ & & & (\alpha, \beta, \gamma, \zeta) = (1, 2, 3, 4), (2, 3, 4, 1), (3, 4, 1, 2), (4, 1, 2, 3) \end{aligned}$$

ただし,  $V^e$  は四面体要素の体積であり, 以下のように表される.

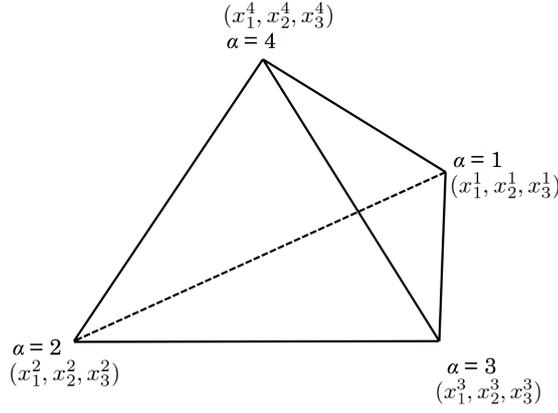


Fig. 3.11: 体積座標の定義

$$V^e = \frac{1}{6} \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ x_1^1 & x_1^2 & x_1^3 & x_1^4 \\ x_2^1 & x_2^2 & x_2^3 & x_2^4 \\ x_3^1 & x_3^2 & x_3^3 & x_3^4 \end{vmatrix} \quad (3.74)$$

また、重み関数も未知関数の補間関数と同様に定義する。

$$w_i^e = \xi_\alpha^e w_{\alpha i}^e, \quad v^e = \xi_\alpha^e v_\alpha^e \quad (3.75)$$

ただし、 $\Gamma_1$  上で  $w_i = 0$  である。

式 (3.68), (3.69) を式 (3.70)-(3.72), (3.75) の未知関数と重み関数を用いて、各要素領域において積分する。境界における速度流入と圧力の発生がないため  $h_i = 0$ ,  $l_i = 0$  とすると、式 (3.68), (3.69) は以下のように表すことが出来る。

$$\mathbf{M}\dot{u}_i + \mathbf{A}u_i - \mathbf{G}_i p + \mathbf{D}_{ij}u_j + \mathbf{M}_S\dot{u}_i + \mathbf{A}_S u_i + \mathbf{Z}_i p = 0 \quad (3.76)$$

$$\mathbf{C}_j u_j + \mathbf{M}_{Pj}\dot{u}_j + \mathbf{A}_{Pj}u_j + \mathbf{G}_{Pj} p = 0 \quad (3.77)$$

ただし、 $\dot{u}_i$  は流速の時間微分、 $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{C}$  はそれぞれ時間、移流、圧力、粘性、連続の各項における係数行列、下付き添字に  $S$ ,  $P$  が付くものは SUPG 項, PSPG 項に由来する係数行列を表している。さらに、各行列成分は形状関数や既知の移流速度によって構成されているため計算が可能である。

次に、式 (3.76), (3.77) について時間方向の離散化を行う。説明の便宜上として、流速  $u_i$  について考えるものとする。タイムステップを  $\Delta t$  とした場合の一般的な離散化方法を Fig. 3.12(a) に示す。  $n$  ステップ目から  $n+1$  ステップ目の値を求める際に、以下のように算出する。

$$\dot{u}_{i,n+1} = \frac{u_{i,n+1} - u_{i,n}}{\Delta t} \quad (3.78)$$

式 (3.78) のような離散化方法を一次精度で離散化すると呼ぶ。さらに、Fig. 3.12(b) に示すように、  $n$  ステップ目と  $n+1$  ステップ目の間を考慮することによって、数値計算の精度を向上する方法がある。  $n$  ステップ目と  $n+1$  ステップ目の間の値を  $n$  ステップ目と  $n+1$  ステップ目の値を用いて、以下のように補間する。ただし、説明の便宜上  $n$  ステップ目と  $n+1$  ステップ目の間における  $u_i$  の値は式 (3.79) のように表

記する.

$$u_{i,n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \left( u_{i,n} - u_{i,n+1} \right) \quad (3.79)$$

$n$  ステップ目と  $n+1$  ステップ目の間を考慮する離散化方法を二次精度で離散化すると呼ぶ. Fig. 3.12(b) のような離散化方法は Fig. 3.12(a) のような離散化方法に比べて, 計算コストが増大するものの, 精度を向上させることが出来る. 本研究では, 二次精度で離散化を行う. ただし, 圧力と連続の式の第一項に関しては一次精度で陰的に離散化を行う.

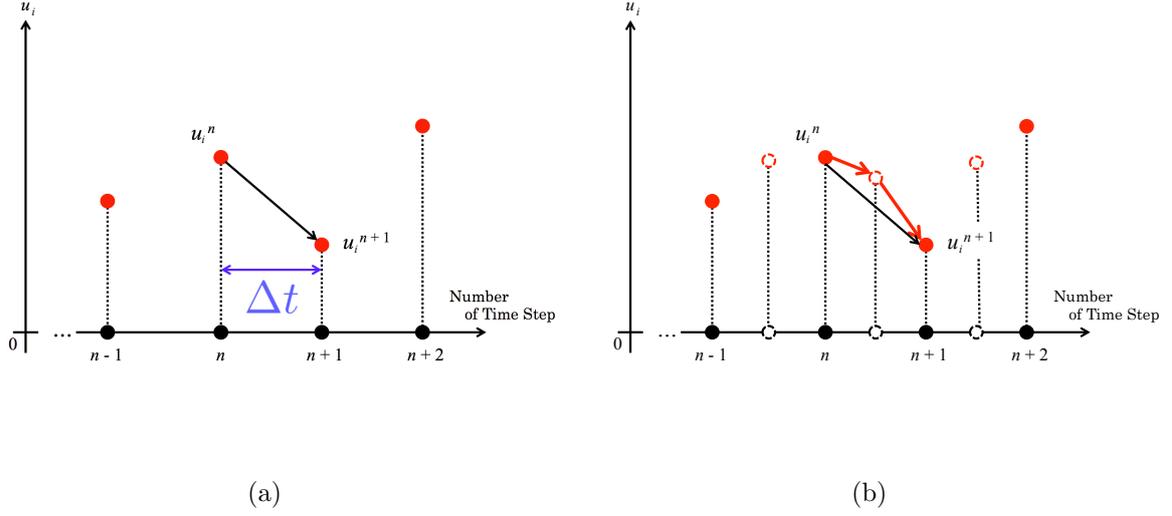


Fig. 3.12: 時間方向の離散化 : (a) 一次精度, (b) 二次精度

式 (3.76), (3.77) を時間方向に離散化すると以下のように表される.

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{1}{\Delta t} (M + M_S) + \frac{1}{2} (A + A_S) \right\} u_{i,n+1} + \frac{1}{\Delta t} D_{ij} u_{j,n+1} - \frac{1}{2} (G_i - G_{Si}) p_{n+1} \\ = \left\{ \frac{1}{\Delta t} (M + M_S) - \frac{1}{2} (A + A_S) \right\} u_{i,n} - \frac{1}{\Delta t} D_{ij} u_{j,n} \end{aligned} \quad (3.80)$$

$$\left\{ C_j + \frac{1}{\Delta t} M_{Pj} + \frac{1}{2} A_{Pj} \right\} u_{j,n+1} + G_{Pj} p_{n+1} = \left\{ \frac{1}{\Delta t} M_{Pj} - \frac{1}{2} A_{Pj} \right\} u_{j,n} \quad (3.81)$$

また, 移流速度は二次精度 Adams-Bashforth 法により, 陽的に近似することが出来る.

$$\bar{u}_i = \frac{3}{2} u_{i,n} - \frac{1}{2} u_{i,n-1} \quad (3.82)$$

したがって、式 (3.80)-(3.82) より、未知量を左辺に、既知量を右辺にまとめることで連立一次方程式にすることが出来る。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{13} & \mathbf{B}_{14} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} & \mathbf{B}_{24} \\ \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} & \mathbf{B}_{34} \\ \mathbf{B}_{41} & \mathbf{B}_{42} & \mathbf{B}_{43} & \mathbf{B}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{U}_{1,n+1} \\ \mathbf{U}_{2,n+1} \\ \mathbf{U}_{3,n+1} \\ \mathbf{P}_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \mathbf{b}_4 \end{bmatrix} \quad (3.83)$$

ただし、 $\mathbf{U}_i$ ,  $\mathbf{P}$  は各節点における  $x_i$  方向の流速を並べたベクトル、圧力  $p$  を要素順に並べたベクトルである。また、左辺の  $\mathbf{B}_{\eta\zeta}$  ( $\eta, \zeta = 1, \dots, 4$ ) で表される行列と右辺のベクトルは先程求めた  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{D}$ ,  $\mathbf{C}$  と前のステップにおける流速  $\mathbf{U}_i$ , 圧力  $\mathbf{P}$  のみから構成される行列であり、計算することが可能である。式 (3.83) の連立一次方程式を解くことで、未知量である  $\mathbf{U}_{i,n+1}$ ,  $\mathbf{P}_{n+1}$  が求まる [29].

### 3.4.2 空気力の算出

リリース後のボールの軌道は、空気による影響を受ける。前述した空気の流れ解析によって求められた圧力分布より、ボール周りの圧力を面積分することで空気力を求めることができる。しかし、各タイムステップ毎に有限要素解析を行えば、軌道シミュレーションに膨大な計算時間を必要とするため現実的ではない。したがって、本研究では、予め縫い目位置に応じた空力係数を求めておくことで、ボールに加わる空気力を算出する。空気力は次のように解析的に表すことができる [30]。

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{air}} &= (F_S, F_D, F_L)^T \\ &= \frac{1}{2} \rho v^2 H (E_S, E_D, E_L)^T \end{aligned} \quad (3.84)$$

$H$  はボールの断面積、 $\rho$  は空気の密度を表し、 $E_D$  は抗力係数、 $E_L$  は揚力係数、 $E_S$  は横力係数である。したがって、空力係数は空気力を用いて以下のように表すことができる。

$$\mathbf{E}_{\text{air}} = \frac{2}{\rho v^2 H} \mathbf{F}_{\text{air}} \quad (3.85)$$

ただし、 $\mathbf{E}_{\text{air}} = (E_S, E_D, E_L)^T$  である。空気力は、ボール表面に対して法線方向成分と接線方向成分に分けて求める必要がある。したがって、空気力は以下のように求めることができる。

$$F_{\text{air},i}^e = \bar{p}^e S_B^e + \kappa \frac{\partial u_i^e}{\partial x_i^e} \quad (3.86)$$

ただし、 $\bar{p}$  は要素における圧力の平均値、 $S_B^e$  は要素の面積、 $\kappa$  は粘性率を表している。式 (3.86) の右辺の第一項は空気力の法線方向成分であり、圧力の影響を表している。さらに、第二項は空気力の接線方向成分を表しており、ボール表面に対する速度勾配を表している。式 (3.86) の処理をボール表面の全ての要素に適用し、総和を求めることによって、空気力を算出することができる。

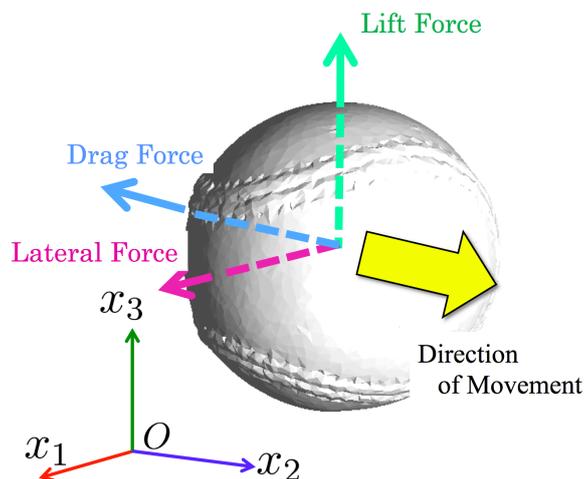


Fig. 3.13: ボールに加わる力

## 第4章 リリース・空力係数算出シミュレーション

本章では、第3章で示した手のモデルを実装し、入力として指の屈曲動作に寄与するFDPに一定値を与えた際の屈曲動作の再現およびリリース部分のシミュレーションによるボールの挙動解析を行う。さらに、有限要素法を用いて、縫い目位置に応じた空気力を算出する。得られた空気力が定性的にボールの挙動を表わしているか確認する。

### 4.1 実験概要

第3.1節で述べたシステム構成のうち、指の屈曲動作部分・リリース部分とボールの周りの流れ解析部分を実装した。シミュレーションに用いたPCの仕様をTable 4.1に示す。また、Fig. 4.1に解析対象となる野球ボールの三次元モデルを示す。コニカミノルタ社製の三次元スキャナ VIVID910 を用いてボールの表面形状を計測し、三次元モデルを作成した。VIVID910 の計測精度は水平方向に 0.22 mm、鉛直方向に 0.16 mm、深度方向に 0.10 mm 程度である。ボールの空気の流れの変化に大きく影響を与える縫い目構造の大きさが、最も小さい部分であっても 2 mm 程度であることを考えると、ボールの空力特性を解析する上で、十分な精度であると考えられる [31]。

以下の節では、各シミュレーション結果について示す。

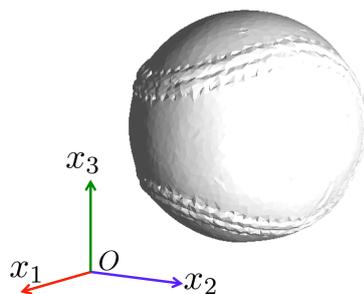


Fig. 4.1: 野球ボールの三次元モデル

Table 4.1: PC の仕様

項目	詳細
OS	Mac OS X 10.8.2
CPU	Intel Core i7 3520M 2.9GHz
メモリ	8GB

## 4.2 FDP による屈曲動作

屈曲動作部分では、二自由度を持つ指の末節骨および中節骨部分をモデル化し、FDP による力を一定とした場合の挙動を観察した。

### 解析対象

指の各力学的パラメータについては Table 4.2 のように設定した。また、指を半径が無限小である円柱として仮定し、指の慣性モーメントを以下の式より求める。

$$I_{i,k} = \frac{l_{i,k}^2}{12} m_{i,k} \quad (4.1)$$

さらに、プーリー構造に関しては Fig. 4.2 のように設定した。

投球時の指の運動をニコン社製の高速カメラ Nikon 1 J2 を用いて計測した。Fig. 4.3(a) の状態を基準とし、Fig. 4.3(a) から 0.01 s 毎の高速カメラによる計測結果を示す。Fig. 4.3 に示すように、1250 fps の高速カメラで指の運動を観察出来たことから、本シミュレーションでは、指の運動を再現するのに十分となる時間間隔  $10^{-5}$  s で、前進オイラー法を用いてシミュレーションを行った。

Table 4.2: 指の力学的パラメータ

項目	詳細
$m_0$ [kg]	$2 \times 10^{-3}$
$m_1$ [kg]	$4 \times 10^{-3}$
$l_0$ [mm]	3
$l_1$ [mm]	3
初期角度 ( $\theta_0$ ) [rad]	$-\pi/18$
初期角度 ( $\theta_1$ ) [rad]	$11\pi/18$

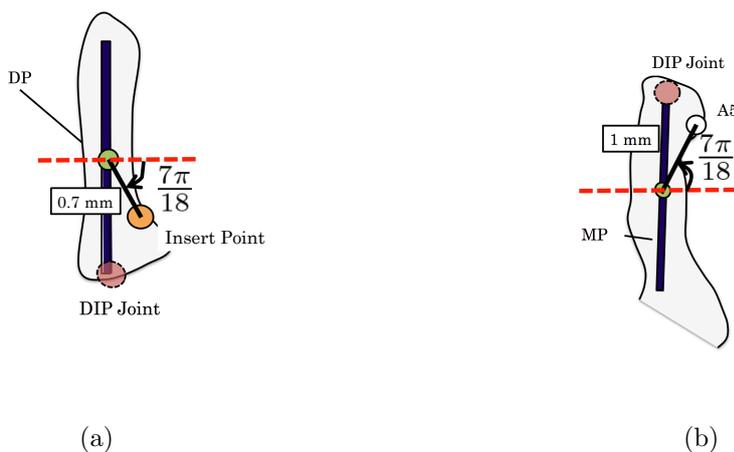


Fig. 4.2: プーリー構造の位置：(a) 吸着点，(b) A5 プーリー

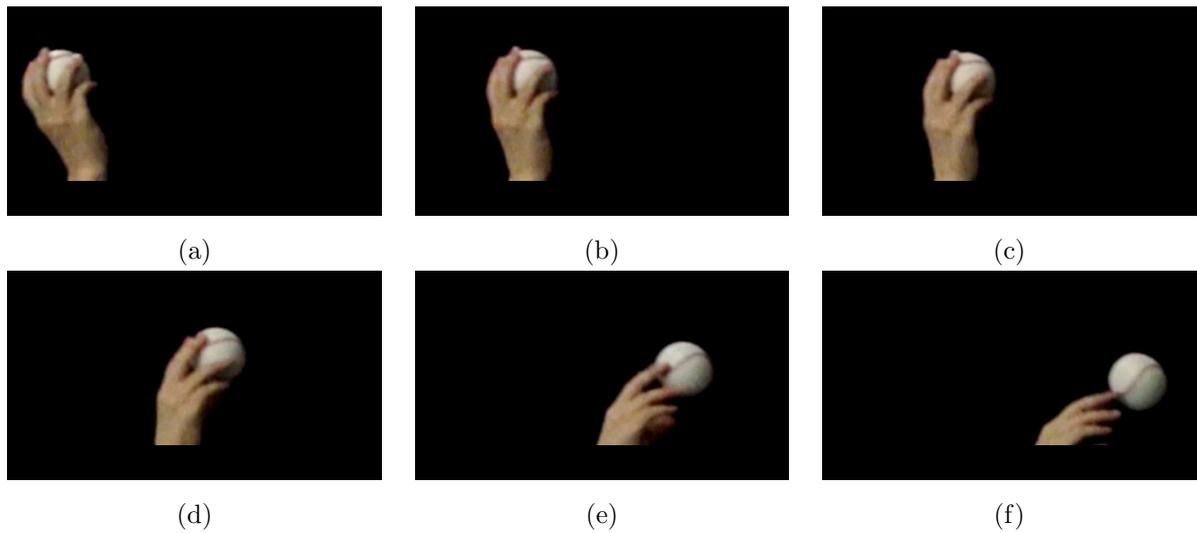


Fig. 4.3: ハイスピードカメラによる指の動作計測：(a)0.0 s, (b)0.01 s, (c) 0.02 s, (d)0.03 s, (e)0.04 s, (f) 0.05 s

### 結果

Fig. 4.4に  $F_{FDP}=5.0$  N とした場合の結果, Fig. 4.5に  $F_{FDP}=10.0$  N とした場合の結果を示す. ただし, いずれの場合においても指の力学的特性や位置は同一とし, Fig. 4.4(a) に示すように, FDP の先端が末節骨に吸着している部分を橙色の球, A5 プーリー構造を白球, 及びそれぞれのプーリー構造に働く力  $F_{c,2}$ ,  $F_{c,3}$ ,  $F_{A5,2}$ ,  $F_{A5,3}$  を黒矢印で表している. Fig. 4.4(a) と Fig. 4.5(a) は同一の初期位置であるが, 吸着点および A5 プーリーに加わる力が異なることが分かる. それぞれに示すように, FDP による二つのセグメントの屈曲と, FDP の力の変化による屈曲動作の違いを定性的に表現することが出来た.

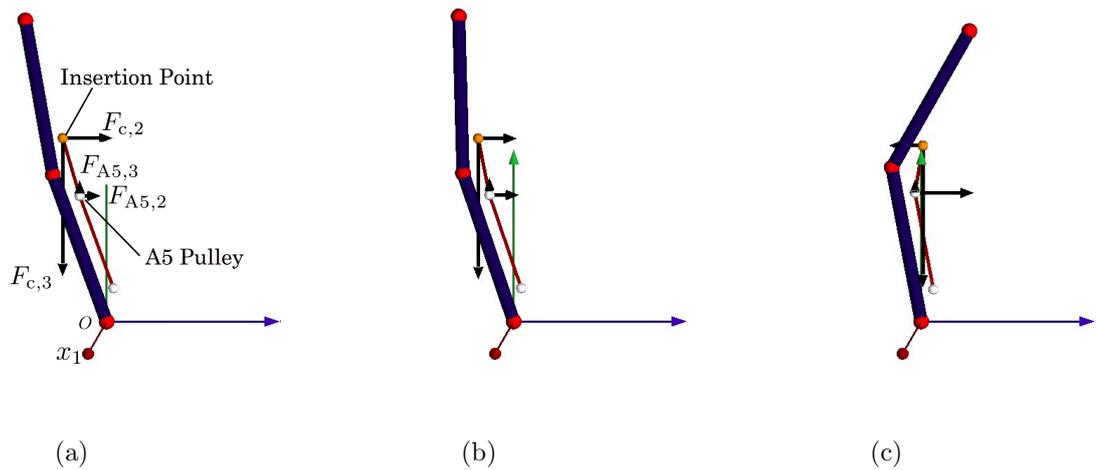


Fig. 4.4:  $F_{FDP}=5.0$  N とした場合：(a)0 s, (b)0.0075 s, (c)0.015 s

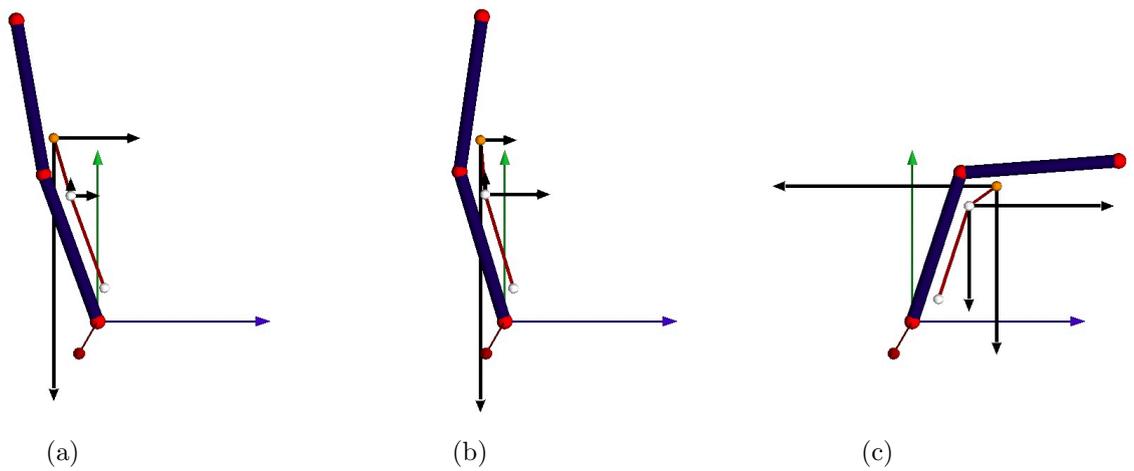


Fig. 4.5:  $F_{FDP}=10.0$  N とした場合 : (a)0 s, (b)0.0075 s, (c)0.015 s

### 考察

FDP による指の屈曲シミュレーションを行い、FDP に加える力を変化させた時の、指の挙動の変化を観察した。各々の場合においても、セグメントが離れることなく屈曲させることが出来た。投球時に必要となる複雑な手の動きを再現するためには、他の筋モデルを導入することが必要である。しかし、投球時に最も重要であると考えられる屈曲動作を再現することが出来た。

## 4.3 リリース時の速度・角速度の算出

リリース部分では、ボールの握りの変化によるリリース時の位置・速度・角速度の変化を観察する。

### 4.3.1 一指によるリリースシミュレーション

本実験では、ボールの握り方の違いによるリリース時のボール座標系における位置・速度・角速度の変化を観察する。ただし、一指かつそれぞれが関節を二つ持つ指によるリリースとする。さらに、ボールの慣性モーメント  $I_{b,1}$  は、ボールを球体と仮定し、以下のように求める。

$$I_{b,1} = \frac{2}{5}m_b r_b^2 \quad (4.2)$$

さらに、Fig. 4.6に示すように、指を  $x_2$  軸周りに回転していない場合と、 $\pi/6$  だけ回転させた場合のリリースシミュレーションを行う。ただし、Fig. 4.6(a)の接触位置を Simulation A-1、Fig. 4.6(b)の接触位置を Simulation A-2 と表記する。

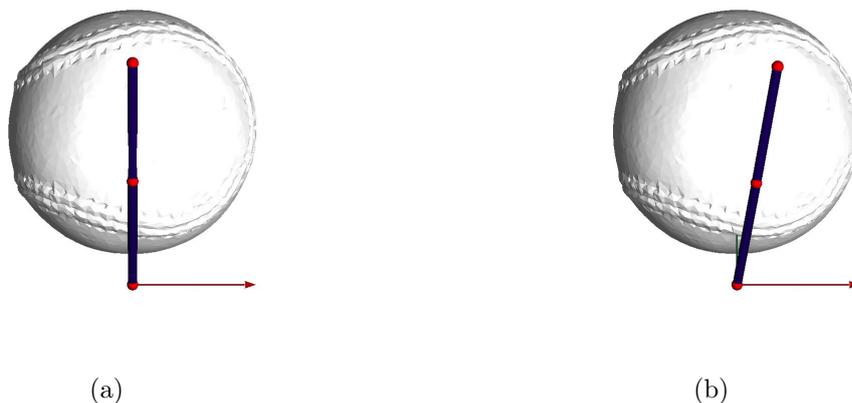


Fig. 4.6: 指の接触位置: (a) Simulation A-1 の指の初期接触位置, (b) Simulation A-2 の指の初期接触位置

### 4.3.2 一指によるリリースシミュレーションの結果

シミュレーション結果を Fig. 4.7, Fig. 4.8に示す。両方のシミュレーションとも、指先がボールに侵入することなく拘束条件のもと運動が行われていることが分かる。さらに、ボールが指に沿って運動し、指先に到達した瞬間にリリースが行われたことが確認された。Table 4.3にリリース時におけるボールの位置・速度・角速度を示す。

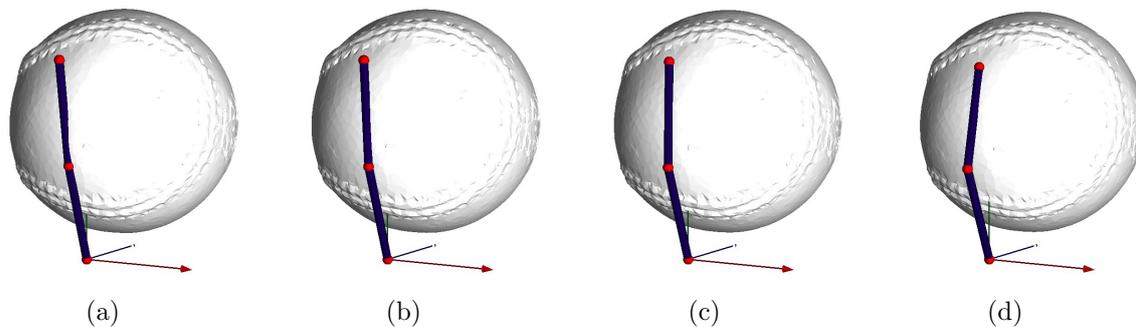


Fig. 4.7: Simulation A-1 の結果: (a) 初期状態, (b)-(c) リリースまでの挙動, (d) リリース時

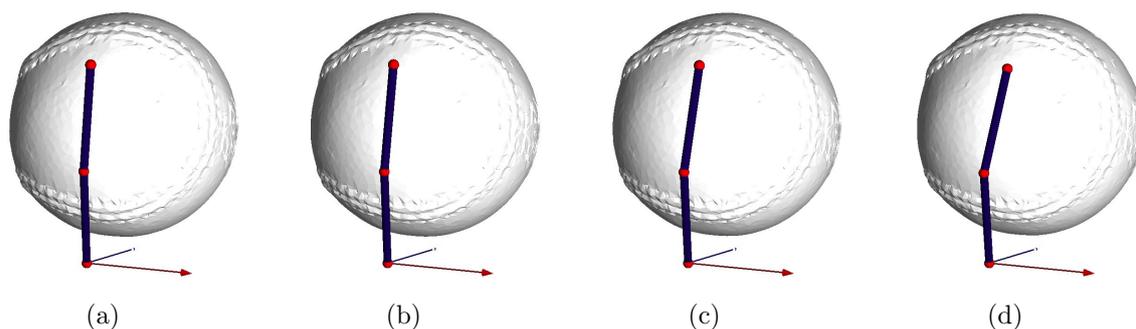


Fig. 4.8: Simulation A-2 の結果: (a) 初期状態, (b)-(c) リリースまでの挙動, (d) リリース時

Table 4.3: 一指によるリリース時の位置・速度・角速度

	Simulation A-1	Simulation A-2
リリース位置 [m]	( 0, 0.030, 0.040)	( 0, 0.029, 0.040)
速度 [m/s]	( 0, 1.0, -0.11)	( -0.013, 0.90, -0.076)
角速度 [rad/s]	( 3.3, -0.13, 2.6)	( 3.1, -1.2, 12)

### 4.3.3 二指によるリリースシミュレーション

次に、それぞれが関節を二つ持つ二指によるリリース実験を行う。今回の実験では、Fig. 4.9のような握り方の変化によるリリース時のパラメータ変化を観察する。ただし、Fig. 4.9(a)に示す握りを Simulation B-1、Fig. 4.9(B)に示す握りを Simulation B-2 と表記する。FDP は一定値とし、Table 4.2に示した指の力学パラメータを利用し、シミュレーションを行う。

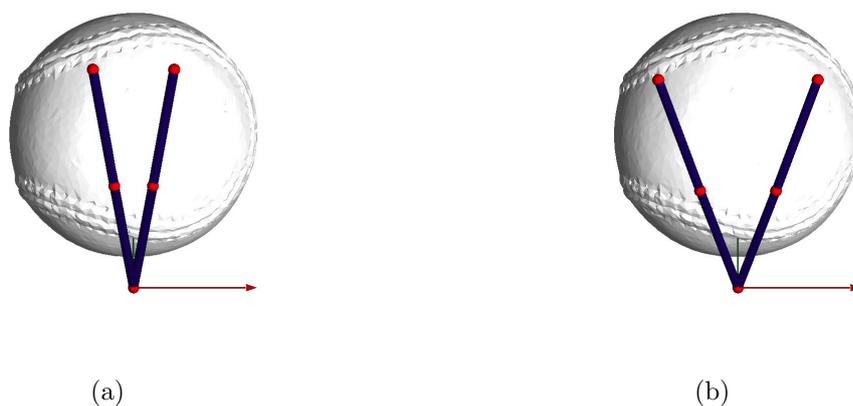


Fig. 4.9: ボールの握り方: (a) Simulation B-1 の指の初期接触位置, (b) Simulation B-2 の指の初期接触位置

### 4.3.4 二指によるリリースシミュレーションの結果

シミュレーション結果を Fig. 4.10, Fig. 4.11に示す。ただし、Fig. 4.10, Fig. 4.11の (a)-(d) は後方から見た一連のリリース動作を示している。両方のシミュレーションとも、指先がボールに侵入することなく拘束条件のもと運動が行われていることが分かる。さらに、ボールが指に沿って運動し、指先に到達した瞬間にリリースが行われたことが確認された。Table 4.4にリリース時におけるボールの位置・速度・角速度を示す。したがって、本モデルにより、ボールの握りの変化によるリリースへの影響を観察することが出来た。

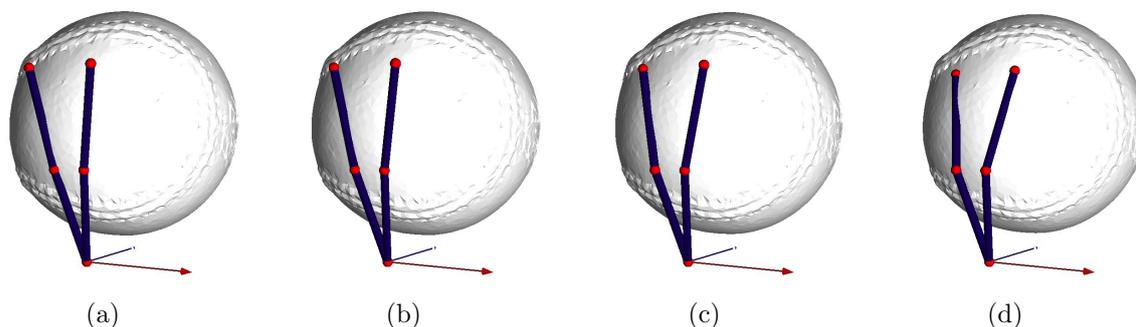


Fig. 4.10: Simulation B-1 の結果: (a) 初期状態, (b)-(c) リリースまでの挙動, (d) リリース時

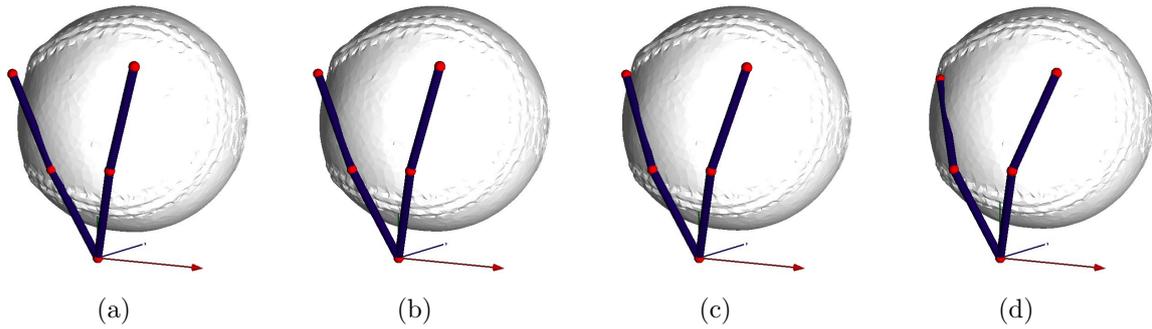


Fig. 4.11: Simulation B-2 の結果: (a) 初期状態, (b)-(c) リリースまでの挙動, (d) リリース時

Table 4.4: 二指によるリリース時の位置・速度・角速度

	Simulation B-1	Simulation B-2
リリース位置 [m]	( 0.00, 0.031, 0.040)	( 0.0, 0.028, 0.042)
速度 [m/s]	( -0.0016, 1.6, -0.18)	( -0.0027, 1.5, -0.0034)
角速度 [rad/s]	( 5.9, -0.26, -2.3)	( 3.2, -0.18, -1.3)

### 考察

リリース時のボールの位置・速度・角速度の算出シミュレーションを行った。Table 4.4の結果より、Fig. 4.9に示した握り方の違いでは、予測した通り、Fig. 4.9(a)の方がボールに与える $x_1$ 軸周りの角速度が増大し、 $x_2$ 軸方向（進行方向）の速度が増大する結果となった。さらに、Fig. 4.12にFDPに加える力の値を一定値とし、リンクを $x_2$ 軸周りに回転させた際の、速度と角速度の変化を示す。実験結果より、指の回転角が小さいほど進行方向への速度および角速度は増大することが観察され、本モデルによって、リリース時におけるボールの挙動を定性的に表すことが出来ていると考えられる。また、屈曲動作だけでなく、内転・外転動作や、内旋・外旋動作を組み込むことによって、ボールの握り方の変化によるリリースへの影響の観察が可能となると考えられる。

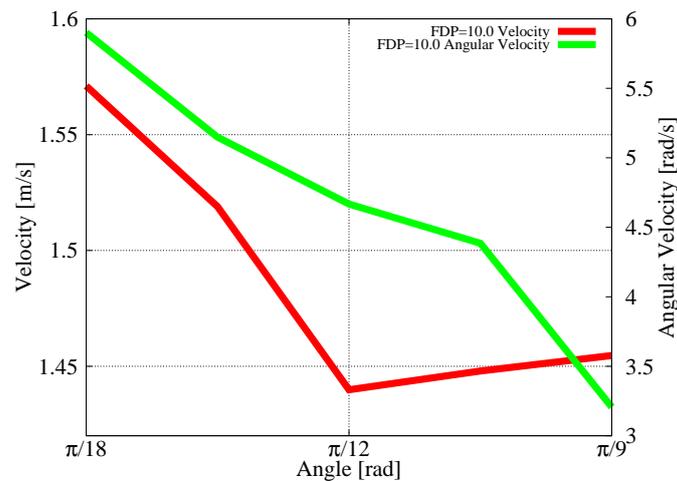


Fig. 4.12: 角速度・速度の変化

## 4.4 空気の流れ解析

空気の流れ解析部分では、空間は無風状態とし、ボール周りの圧力分布から空気力を求める。求められた空気力より、式 (3.84) に基づいて縫い目位置に応じた空力係数を算出する。異なる縫い目位置における空力係数を比較することによって、システムがボールの挙動を定性的に表わしていることを示す。

### 解析対象

Fig. 4.13に示すように、ボールの周りに計算格子を作成した。Fig. 3.10に示すように、ボールの中心と一致するような立方体を、ボールの半径の10倍となる位置に外部境界として設定し、ボール表面から外部境界まで四面体メッシュを形成した。対象の形状に応じた計算格子を形成するので、一様に格子点を形成する場合に比べ、より正確な解析が可能となる。また、Table 4.5に解析領域を分割する際の要素数と節点数を示す。また、ボール表面の要素数は10000であり、一要素あたりの面積は $1.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ 程度である。一つの縫い目は5 mm 四方と考えると、一つの縫い目の面積は $2.5 \times 10^{-7} \text{ m}^2$ 程度となり、縫い目を考慮するには十分な分割数である。

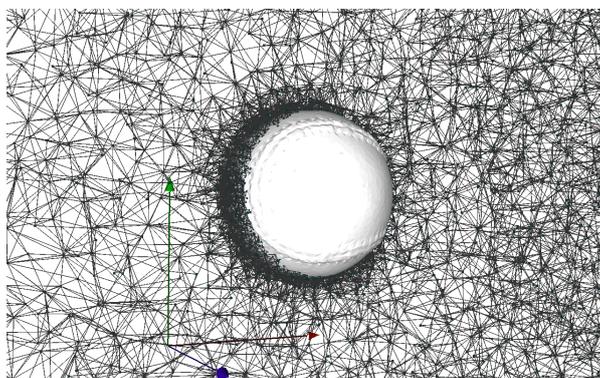


Fig. 4.13: ボール周りの計算格子

Table 4.5: ボール周りの領域分割

項目	分割数
要素	775818
節点	136139

次に Fig. 4.14に示すように、二つの座標系を設定する。原点を  $O$  とする座標系をワールド座標系とし、進行方向などボールの運動を規定する。また、原点がボールの中心  $O_{\text{ball}}$  と一致している座標系をボール座標系とし、進行方向に対する縫い目位置を規定する。回転軸を  $x_1, x_2, x_3$  とした際の回転角をそれぞれ  $\alpha, \beta, \gamma$  で表す。

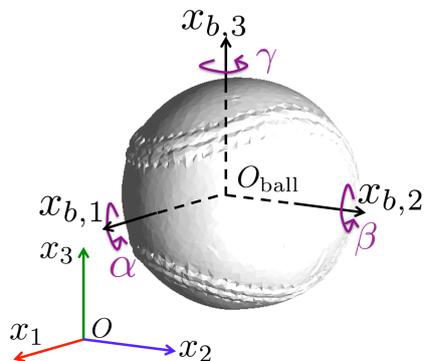


Fig. 4.14: ボールの回転角

本論文では、異なる縫い目位置の場合に発生する空気力の数値解析を行う。Table 4.6に初期値を示す。以下、それぞれ Simulation C-1, Simulation C-2 と呼ぶ。また、ボールの速度と直径、空気の粘性係数より、レイノルズ数を 9600 と設定し解析を行う [22]。

Table 4.6: Simulation C-1, C-2 における初期値設定

	Simulation C-1	Simulation C-2
初期速度	$(x_1, x_2, x_3) = (0, 20, 0)$	$(x_1, x_2, x_3) = (0, 20, 0)$
角度	$(\alpha, \beta, \gamma) = (0, 0, 0)$	$(\alpha, \beta, \gamma) = (0, -\pi/2, 0)$

## 結果

ボール周りの速度場と圧力分布の解析結果を示す。Fig. 4.15(a) にボールの縫い目位置と進行方向，Fig. 4.15(b) に速度場，圧力分布を示す。Fig. 4.15(b) にはボールに働いている空気力の三成分 (横力，抗力，揚力) を表記している。また，Fig. 4.16(a)(b) に Simulation C-2 の結果を示す。シミュレーション (2) の方が Simulation C-1 に比べて，ボールに働く空気力のうち，横力成分が小さいことが確認された。また，それぞれの縫い目位置における空力係数を Fig. 4.17 に示す。Fig. 4.17(a) は， $\beta = 0$ ， $\gamma = 0$  とし， $\alpha$  を  $\pi/12$  ずつ変化させた結果である。同様に，Fig. 4.17(b) は， $\alpha = 0$ ， $\gamma = -\pi/2$  とし， $\beta$  を  $\pi/12$  ずつ変化させた結果である。

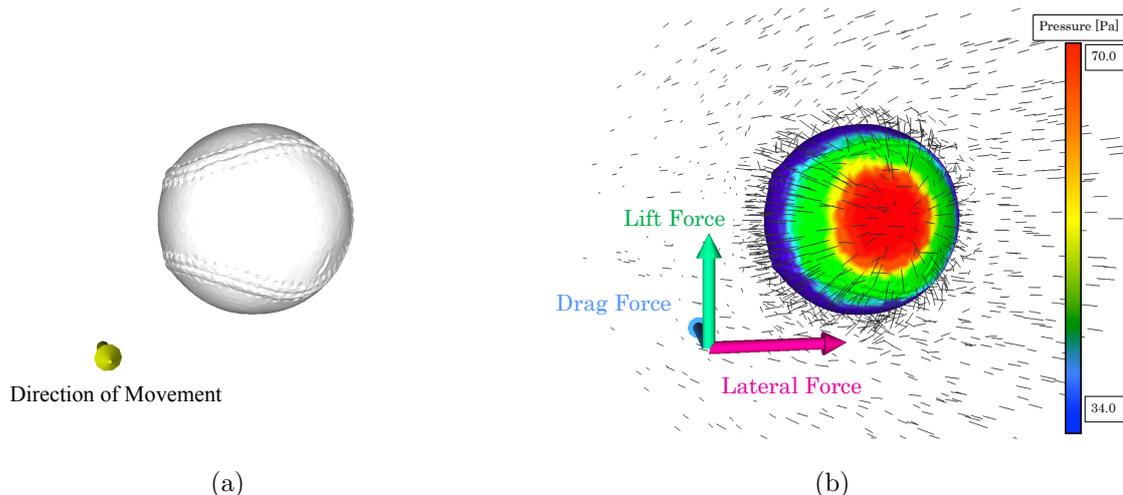


Fig. 4.15: Simulation C-1 : (a) 縫い目位置，(b) 速度場と圧力分布

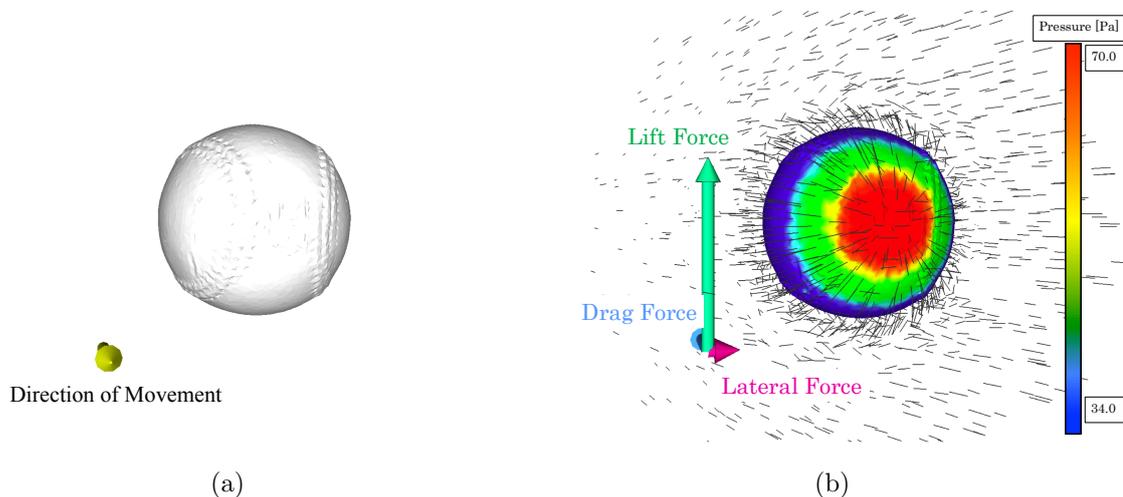
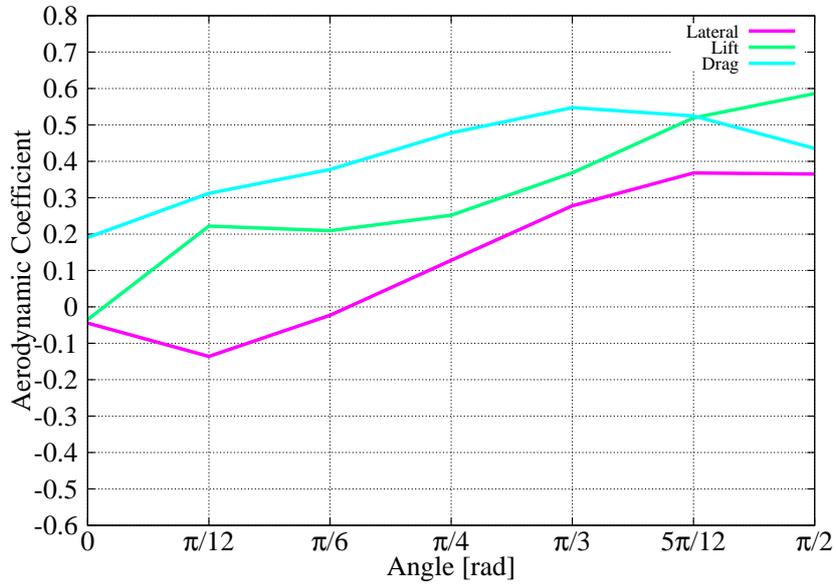
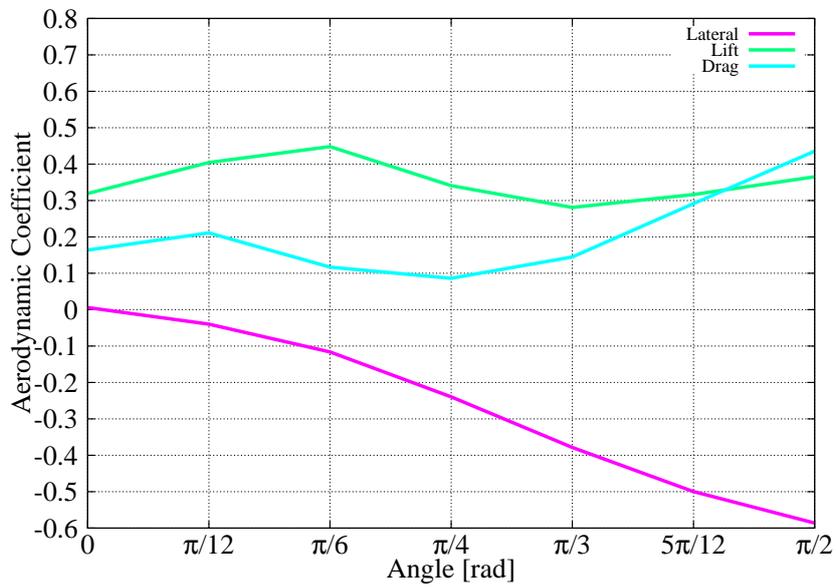


Fig. 4.16: Simulation C-2 : (a) 縫い目位置，(b) 速度場と圧力分布



(a)



(b)

Fig. 4.17: 空力係数 : (a) $\gamma = 0$ , (b) $\gamma = -\pi/2$

## 考察

ボール周りの空気の流れ解析を行い、縫い目位置の変化による空力係数の変化を観察した。Fig. 4.15(a), Fig. 4.16(a) を比べると、Fig. 4.16(a) の縫い目位置の方が左右の対称性が高くなっており、ボールに働く空気力は左右に対称、つまり横力成分が小さくなることが考えられるが、Simulation C-1, Simulation C-2 で比較すると、Simulation C-1 に比べて横力成分が小さいことが分かる。さらに、求められた空力係数は、実験値 [32] と近い値である。したがって、本研究で求めた空力係数は、定性的ではあるがボールに働く空気力を表すことが出来ていると考えられる。今回求めた空力係数を適用することで、ボールの縫い目位置、ボールの進行速度を考慮した軌道シミュレーションを行うことが可能となり、実際の軌道を再現出来ると考える。

次に、Fig. 4.18に示すような対称性の高い物体(球)を解析することで、物体の対称性の変化による空力係数への影響について考察する。対称性の高い物体の空力係数は、空力係数の値は  $\mathbf{E} = (-2.9 \times 10^{-8}, 1.8 \times 10^{-5}, -1.5 \times 10^{-7})^T$  となった。Fig. 4.17に示したボールの空力係数に比べて、 $10^{-5}$  程度小さい値である。したがって、一見対称性の高いように見える形状であっても、ボールの微小な対称性の変化が空力係数に大きく影響することが考えられる。Fig. 4.17(b) に示す横力成分は、ボールの三次元モデルを生成する際の計測時点で、多少の誤差が生じており、完全な左右対称な形状になっていないこと、さらに本来対称に見えるボールであっても、実際には完全な左右対称ではないことが原因と考えられる。したがって、高精度の数値シミュレーションを可能とするためには、精度の高い野球ボールの三次元計測が必要であると考えられる。

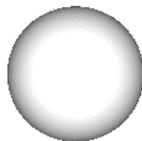


Fig. 4.18: 対称性の高い物体 (球)

## 第5章 おわりに

本論文では、従来考慮されていなかった手のモデルを取り入れた投球動作のモデリングと、ボールの軌道シミュレーションシステムを提案した。全体システムの内、指の屈曲動作・リリース部分とリリース後における空気の流れ解析部分を実装した。筋モデルとしてFDPを導入することによって、指の屈曲動作を再現することが出来た。指の接触による影響を考慮したボールの挙動シミュレーションを行うことによって、リリース時におけるボールの位置・速度・角速度を算出した。さらに、ボール周りの空気の流れ解析を行うことによって、縫い目位置に応じた空気力を算出することが出来た。求められた空気力は、野球ボールの三次元モデルを作成する際の計測誤差の影響はあるものの、ボールの形状に合う空気力が確認された。今後、本論中では取り入れていないボールの回転を考慮し、算出した空気力をシステムに反映させることによって、縫い目位置とボールの速度、角速度を考慮した軌道シミュレーションを実現することが出来ると考えられる。さらに、手のモデルに関しても、FDPだけでなく、様々な筋モデルを導入することによって、より複雑な動作の再現が可能となる。また、各関節間の相互作用なども観察することが可能となるので、投球時における運動則の解明に繋がると考える。

本システムの応用として、投球動作中における手の影響を解析によるスポーツトレーニングへの活用が考えられる。現在の経験則に比重が大きいスポーツトレーニングに対して、特徴量を反映した投球シミュレーションによって、ある変化球の投球に適した手の特徴の解明や様々な握り方による新しい変化球の発見および最適な投球動作の獲得など、工学的根拠に基づいたとスポーツトレーニングが可能となる。したがって、本システムはスポーツトレーニングに対して大きく寄与することが考えられる。

# 謝 辞

本研究は大阪大学 大学院基礎工学研究科で行ったものである。

研究を行う際に研究環境を提供して頂き、本論文の添削指導や研究に関する方向性などの相談、輪講や論文紹介の際に多大なるご指導をいただきました大阪大学 大学院基礎工学研究科 大城理教授にお礼を申し上げます。また、本研究の執筆時に、副査として様々なご助言を頂きました大阪大学 大学院基礎工学研究科 宮崎文夫教授に厚く御礼申し上げます。担当教員として、幾度となく研究の相談に乗って頂き、研究の進め方など適切なアドバイスをいただきました大阪大学 大学院基礎工学研究科 井村誠孝准教授に深くお礼申し上げます。普段の研究室生活において、様々な研究などを紹介して頂き、多くの知識を与えてくださいました大阪大学 大学院基礎工学研究科 浦西友樹助教に深く感謝致します。さらに、研究内容に関する相談だけでなく、研究発表時における注意点など、あらゆる面で指導していただきました大阪大学 大学院基礎工学研究科 吉元俊輔助教に深く感謝致します。異なる研究室になっても、気にかけて頂き、研究に行き詰まっている際に、様々なアドバイスをくださいました大阪大学 サイバーメディアセンター 黒田嘉宏准教授に心より感謝致します。研究分野に関して知識不足である私に対して分かりやすく説明していただき、研究の方向性など、多くの面でアドバイスをいただきました大阪大学 大学院基礎工学研究科 鈴木康之助教に深く感謝致します。また、野球ボールの三次元モデルを作成する際、計測装置の利用を快諾して頂きました大阪大学 大学院基礎工学研究科 佐藤宏介教授に心より感謝申し上げます。

また、普段の研究室生活において、あらゆる面でお世話になった大城研究室の先輩方である高畑裕美氏、三宅正夫氏にお礼申し上げます。高畑氏には、学会などで会った際に優しく接していただきました。三宅氏には、実験等を通して、研究に関する様々なことを教えて頂き、他分野に関する知識を得ることが出来ました。研究が行き詰まり、悩んでいる時であっても励ましあい、お互いに助言を交わし、切磋琢磨してきた同期の井手口裕太氏、籾岡亮氏、松崎成敏氏に感謝します。また、研究室の後輩との普段のディスカッションは多くの発見につながりました。後輩一同に感謝します。

## 参考文献

- [1] 宮口和義, 出村慎一, 蒲真理子. 幼児におけるラダー運動の成就度と運動能力との関係. 発育発達研究, No. 43, pp. 1-10, 2009.
- [2] 村木征人. 競技スポーツの発展と一般スポーツ・トレーニング理論の形成 (上). *Training Journal*, Vol. 9, No. 1, pp. 61-65, 1987.
- [3] 中島求. 水泳人体シミュレーションモデル swum による平泳ぎ・背泳ぎ・バタフライの解析. 日本機械学会流体工学部門講演会講演論文集, Vol. 5, No. 32, p. 1601, 2005.
- [4] 鳴尾丈司. ゴルフインパクトの計測と弾道シミュレーション. 電子情報通信学会誌, Vol. 85, No. 1, pp. 2-5, 2002.
- [5] 岡崎進. コンピュータ・シミュレーションの基礎. 化学同人, 京都, 2000.
- [6] 大屋敷由香, 富永潤, 弘元修司. ゴルフスイングの動力学モデルに関する研究. ジョイント・シンポジウム講演論文集, pp. 325-328, 2010.
- [7] M.Hirashima, K.Yamane, Y.Nakamura, T.Ohtski. Kinetic chain of overarm throwing in terms of joint rotations revealed by induced acceleration analysis. *Journal of Biomechanics*, Vol. 41, No. 13, pp. 2874-2883, 2008.
- [8] 宮西智久, 森本吉謙. 大学野球投手におけるピッチング動作の改善例: 投球技術指導前後のトレーニング効果. 体育学研究, Vol. 52, No. 3, pp. 361-381, 2007.
- [9] 滝沢哲也, 飯塚大輔, 中村康雄, 中村真里, 林豊彦, 信原克哉. モーションキャプチャ・システムを用いた投球時肩関節負荷の逆動力学解析. 電子情報通信学会技術研究報告.MBE, ME とバイオサイバネティクス, Vol. 105, No. 304, pp. 23-26, 2005.
- [10] 姫野龍太郎. 魔球をつくる 究極の変化球を求めて. 岩波書店, 東京, 2000.
- [11] 藤原邦男. 物理学序論としての力学. 東京大学出版会, 東京, 2003.
- [12] I.P.Herman. 人体物理学-動きと循環のメカニズムを探る-. エヌ・ティー・エス, 東京, 2010.
- [13] T.Inoue, S.Hirai. Elastic model of deformable fingertip for soft-fingered manipulation of cryosurgery on selective cell destruction. *IEEE Transactions on Robotics*, Vol. 22, No. 6, pp. 1273-1279, 2006.
- [14] S.W.Lee, D.G.Kamper. Modeling of multiarticular muscles:inclusion of tendon-pulley interactions in the finger. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, Vol. 56, No. 9, pp. 2253-2262, 2009.
- [15] D.G.Kamper, T.G.Hornby, W.Z.Rymer. Extrinsic flexor muscles generate concurrent flexion of all three finger joints. *Journal of Biomechanics*, Vol. 21, No. 35, pp. 1581-1589, 2002.

- [16] 中江雄亮, 大竹智久, 村松旦典, 本橋龍朗. 低レイノルズ数領域における naca0012 翼型周り流れ場の三次元可視化. 日本航空宇宙学会論文集, Vol. 59, No. 692, pp. 244–251, 2011.
- [17] 加藤直, 中村康雄, 中村真里, 林豊彦, 信原克也. 硬式野球ボールの変化球に関する研究: 縦スライダーの空気力測定と飛翔軌道解析. 電子情報通信学会総合大会講演論文集 情報・システム, Vol. 2003, No. 1, p. 74, 2003.
- [18] 溝田武人, 小西弘明, 錦織大介. ボール・リリース時の投球姿勢を用いた投球フォーム分類. 日本機械学会九州支部講演論文集, Vol. 2003, No. 56, pp. 143–144, 2003.
- [19] T.Senoo, A.Namiki, M.Ishikawa. High-speed throwing motion based on kinetic chain approach. *The 2008 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and System*, pp. 3206–3211, 2008.
- [20] M.Hirashima, K.Yamane, Y.Nakamura, T.Ohtsuki. Kinetic chain of overarm throwing in terms of joint rotations revealed by induced acceleration analysis. *Journal of Biomechanics*, Vol. 41, No. 13, pp. 2874–2883, 2008.
- [21] 谷口哲也, 宮崎武, 清水鉄也, 姫野龍太郎. 硬式野球ボールに働く空気力の測定. ながれ: 日本流体力学会誌, Vol. 20, No. 6, pp. 430–434, 2001.
- [22] 姫野龍太郎. 野球の変化球とながれ. 日本流体力学会誌, Vol. 20, No. 6, pp. 430–434, 2001.
- [23] 酒井忍, 北河勇一郎, 金井亮, 尾田十八. ローラ式ピッチングマシンの投球シミュレーションとその最適化に関する研究. 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 74, No. 12, pp. 2864–2889, 2008.
- [24] 望月義幸, 姫野龍太郎, 大村皓一. スポーツにおける人工技能と新運動原理. システム制御情報学会誌, Vol. 46, No. 8, pp. 498–505, 2008.
- [25] D.A.Neumann. 筋骨格系のキネシオロジー. 医歯薬出版, 東京, 2005.
- [26] J.C.Chan, Y.Kiu. Dynamic simulation of multi-fingered robot hands based on a unified model. *Robotics and Autonomous Systems*, Vol. 32, No. 3, pp. 185–201, 2000.
- [27] J.Baumgarte. Stabilization of constraints and integrals of motion in dynamical systems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 1, No. 1, pp. 1–16, 1972.
- [28] T.E.Tezduyar, S.Mittal, S.E.Ray, R.shih. Incompressible flow computations with stabilized bilinear and linear equal-order-interpolation velocity-pressure elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 95, No. 2, pp. 221–242, 1992.
- [29] 深田良治. 続・有限要素法による流れのシミュレーション. シュプリンガー・ジャパン, 東京, 2008.
- [30] 河原哲也. 流れのシミュレーションの応用! 山海堂, 東京, 2005.
- [31] 非接触3次元デジタイザ vivid910. <http://www.konicaminolta.jp/instruments/products/3d/vivid910/>(参照 2013-12-11).
- [32] 長谷川淳哉, 坂本龍馬, 田多輝洋, 鳴尾丈司, 溝田武人. 風洞実験による硬式野球ボールの空力特性 (回転軸の方向の違い). 日本機械学会スポーツ・アンド・ヒューマン・ダイナミクス, pp. 31–34, 2011.

# 業績

- 国内論文

1. 横畑 亮輔, 井村 誠孝, 黒田 嘉宏, 浦西 友樹, 大城 理, “手の筋骨格モデルを導入した投球シミュレーション”, 生体医工学 (掲載決定).

- 国際会議

1. R.Yokohata, M.Imura, Y.Uranishi, S.Yoshimoto, Y.Kuroda, O.Oshiro, “Pitching Simulation with Musculoskeletal Model of Hand”, the 3rd International Digital Human Modeling Symposium 2014, Tokyo, May, 2014 ( Accept) .

- 国内発表

1. 横畑 亮輔, 安井 亮平, 井村 誠孝, 黒田 嘉宏, 大城 理, “位置情報掲示板のネットワーク化”, インタラクシオン 2012, 東京, 2012 年 3 月
2. 横畑 亮輔, 井手口 裕太, 松崎 成敏, 和田 章宏, 長坂 信吾, “Puppet-Tone”, 第 17 回日本バーチャルリアリティ学会大会, 神奈川, 2012 年 9 月
3. 横畑 亮輔, 井村 誠孝, 黒田 嘉宏, 大城 理, “手の力学的特徴を考慮した投球シミュレーション”, 第 55 回自動制御連合講演会, 京都, 2012 年 11 月
4. 横畑 亮輔, 井村 誠孝, 浦西 友樹, 黒田 嘉宏, 大城 理, “手の力学的特徴を反映した統合型投球シミュレーション”, 第 57 回システム制御情報学会研究発表講演会, 兵庫, 2013 年 5 月
5. 井手口 裕太, 横畑 亮輔, 井村 誠孝, 浦西 友樹, 黒田 嘉宏, 大城 理, “聴覚フィードバックを用いた歌唱時の音程操作”, エンターテインメントコンピューティング, 大阪, 2013 年 5 月
6. 横畑 亮輔, 井村 誠孝, 黒田 嘉宏, 浦西 友樹, 大城 理, “手の筋骨格モデルを導入した投球シミュレーション”, 生体医工学シンポジウム 2013, 福岡, 2013 年 9 月

- その他

1. 横畑 亮輔, “投球シミュレーションのための手の筋骨格モデルとボールの軌道解析”, 河原研-大城研 合同ゼミ, 大阪, 2013 年 6 月
2. 横畑 亮輔, “手の順動力学解析にもとづく投球シミュレーション”, Joint 研究会, 大阪, 2013 年 11 月